

Ewa Wołoszko

Wydział Informatyki i Gospodarki Elektronicznej
Cybernetyka ekonomiczna
60323

Raport do projektu „Modelowanie zmienności i ryzyka”

1 Logarytmiczne stopy zwrotu.

Logarytmiczne stopy zwrotu liczymy ze wzoru:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

Korzystamy z transformacji logarytmicznej, gdyż umożliwia ona liniowe przekształcenia i bezpośrednie stosowanie klasycznych narzędzi opisu statystycznego, np. momenty zwykłe i centralne (średnia arytmetyczna i odchylenie standardowe).

2 Wykres i omówienie.

Obserwując logarytmiczne stopy zwrotu, można zauważyć pewną symetrię wzrostów i spadków, czyli wartości ruchów cen zamknięcia w dół i w górę co do wartości bezwzględnej są podobne. Ponadto warto zwrócić uwagę na początkowy okres podwyższonej zmienności, trwający od momentu wejścia na giełdę 30 czerwca 1998 do końca stycznia 1999. Miało to związek przede wszystkim z dużą nerwowością na rynkach finansowych.

Na końcową część rozpatrywanego okresu przypada także przypadek załamania giełdy. Otóż na GPW czterokrotnie doszło do wprowadzenia do systemu WARSET niestandardowych zleceń maklerskich, które w znaczący sposób wpłynęły na przebieg notowań giełdowych. Zdarzenia te miały miejsce podczas sesji w dniach: 8, 12, 16 stycznia oraz 4 lutego 2004 r. Pierwszy miał miejsce na rynku kontraktów terminowych, a spowodowany został specyficznym układem arkusza zleceń (dużą liczbą zleceń typu *stop* po stronie podażowej). Drugi i trzeci wytłumaczone zostały przez członków giełdy

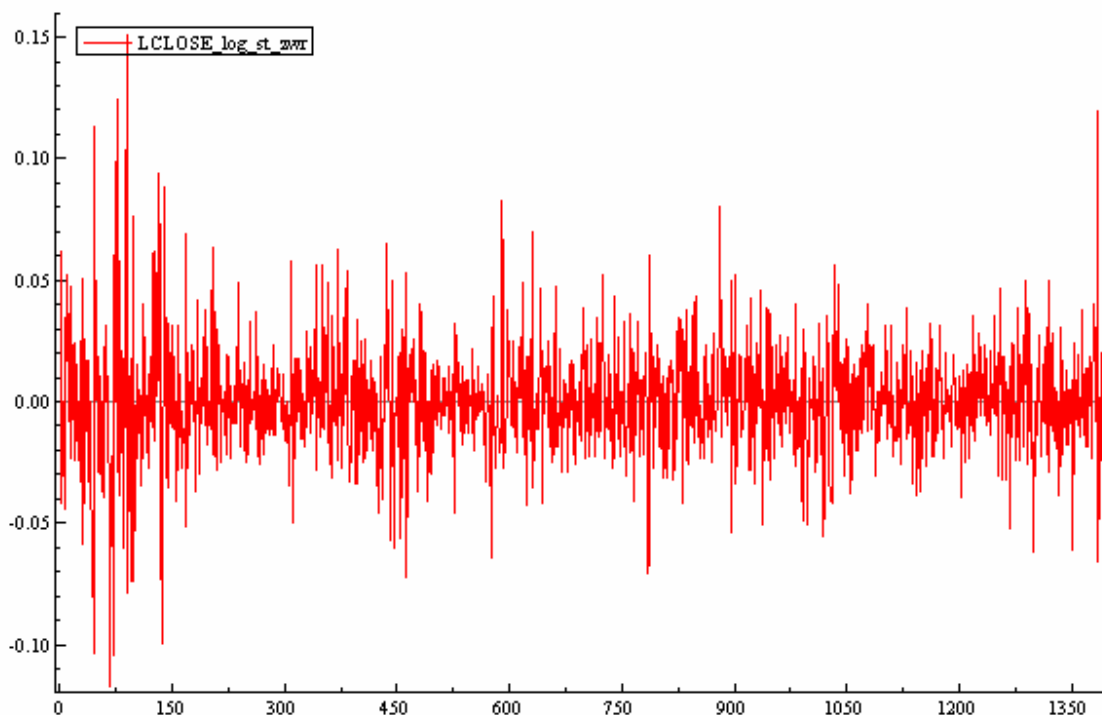
błędami maklerów wprowadzających zlecenia do systemu giełdowego. Ostatni natomiast, jak wskazują zebrane materiały, prawdopodobnie był wynikiem działań o charakterze przestępczym.

Jeśli chodzi o sesję 12 stycznia dotyczącą notowań Pekso, to zgodnie z wyjaśnieniami przesłanymi Urzędowi Komisji przez biuro maklerskiego, tak znaczny wzrost kursu akcji spółki spowodowany został błędem maklera, który zamiast wprowadzić do systemu zlecenia kupna:

- 2.300 akcji PeKaO S.A. z poleceniem PKC,
- 9.000 akcji PKN Orlen S.A. z poleceniem PKC,
- 10.000 akcji Telekomunikacja Polska S.A. z poleceniem PKC,

wprowadził zlecenia kupna:

- 2.300 akcji PeKaO S.A. z poleceniem PKC,
- 9.000 akcji PeKaO S.A. z poleceniem PKC,
- 10.000 akcji PeKaO S.A. z poleceniem PKC.¹

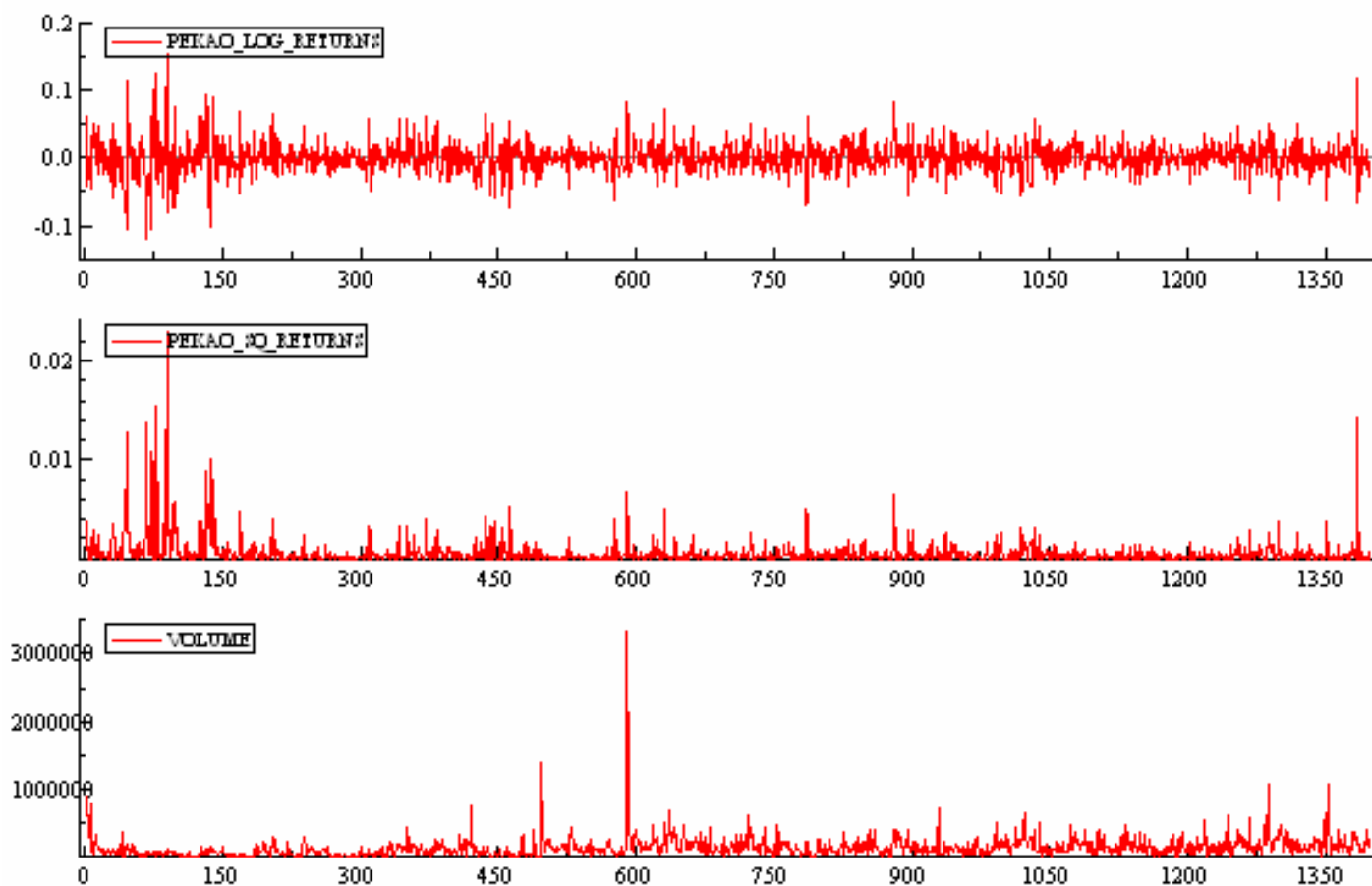


Rysunek 1 Stopy zwrotu PEKAO: 30.06.1998 - 30.01.2004

Jeszcze wyraźniej okres początkowych dużych wahań zmienności widać na wykresie kwadratów logarymicznych stóp zwrotu na Rysunku 2. Wtedy widać także charakterystyczne dla szeregów

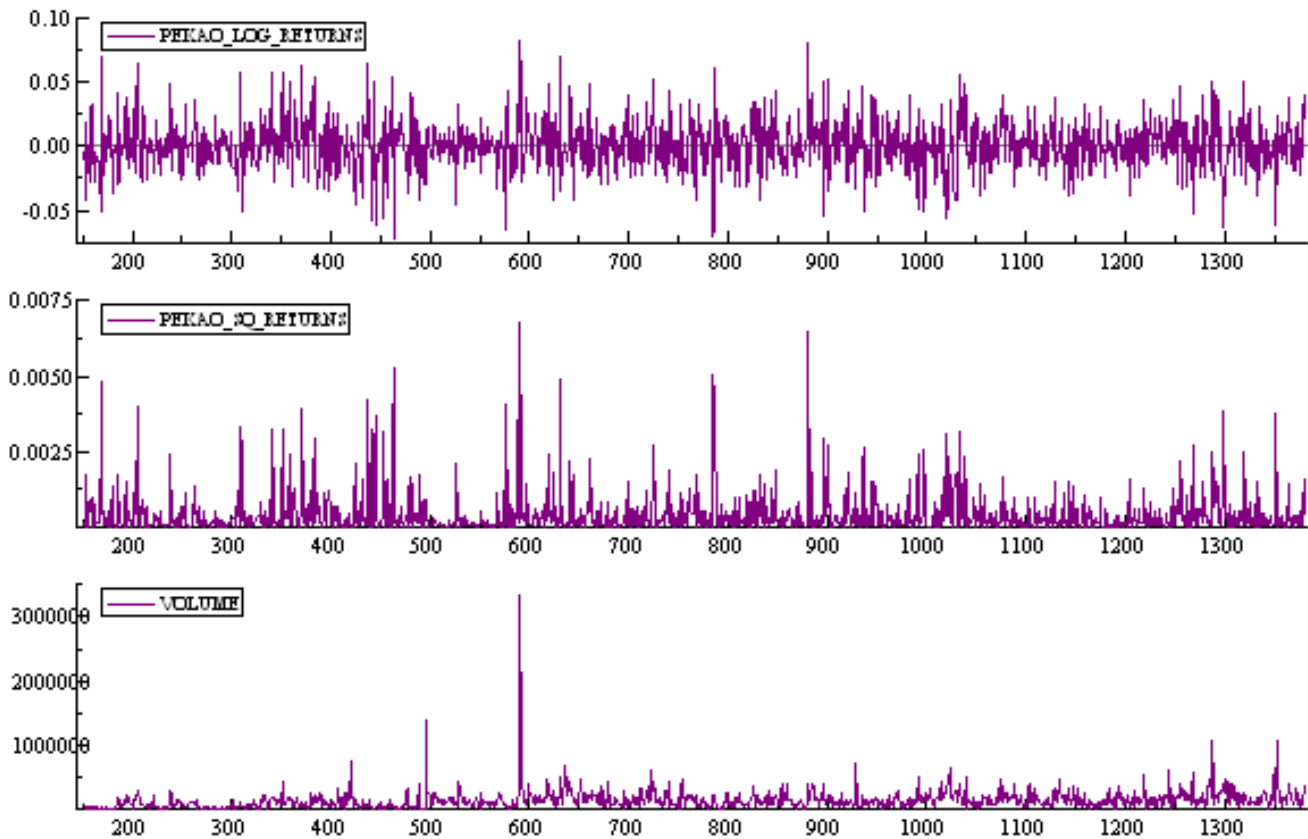
¹ Komunikat informacyjny z dnia 10 lutego 2004 r. na temat przyczyn niestandardowych zdarzeń, jakie miały miejsce w trakcie sesji giełdowych w styczniu i lutym 2004 roku, http://www.kpwig.gov.pl/komunikaty/11_2_04.pdf

finansowych skupienia zmienności będące przejawem zjawiska zwanego grupowaniem wariacji. Poza tym godny uwagi jest także znaczny wzrost zmienności przypadający na 12/13 stycznia 2004. Poza tymi dwoma okresami można zauważyć jedynie nieliczne skupiska zmienności.



Rysunek 2 Wskaźniki - stopy, kwadraty stóp i obrót dla pełnego szeregu - 30.06.1998 - 30.01.2004

Na Rysunku 3 porównano te same wskaźniki, ale w ograniczonym zakresie (151-1381), czyli od 1 lutego 1999 do 5 stycznia 2004. Nie widać tu już tak dużych zmian charakteru zmienności i wyraźniejsze są skupienia zmienności. Ponadto można zauważyć także asymetryczny wpływ ujemnych zwrotów, które np. dla obserwacji nr.: 430, 580, 790, 980, 1270 rozpoczynają okresy podwyższonej zmienności. Zjawisko takie jest znane jako tzw. efekt dźwigni (odzwzorowany przez model GJR-GARCH).

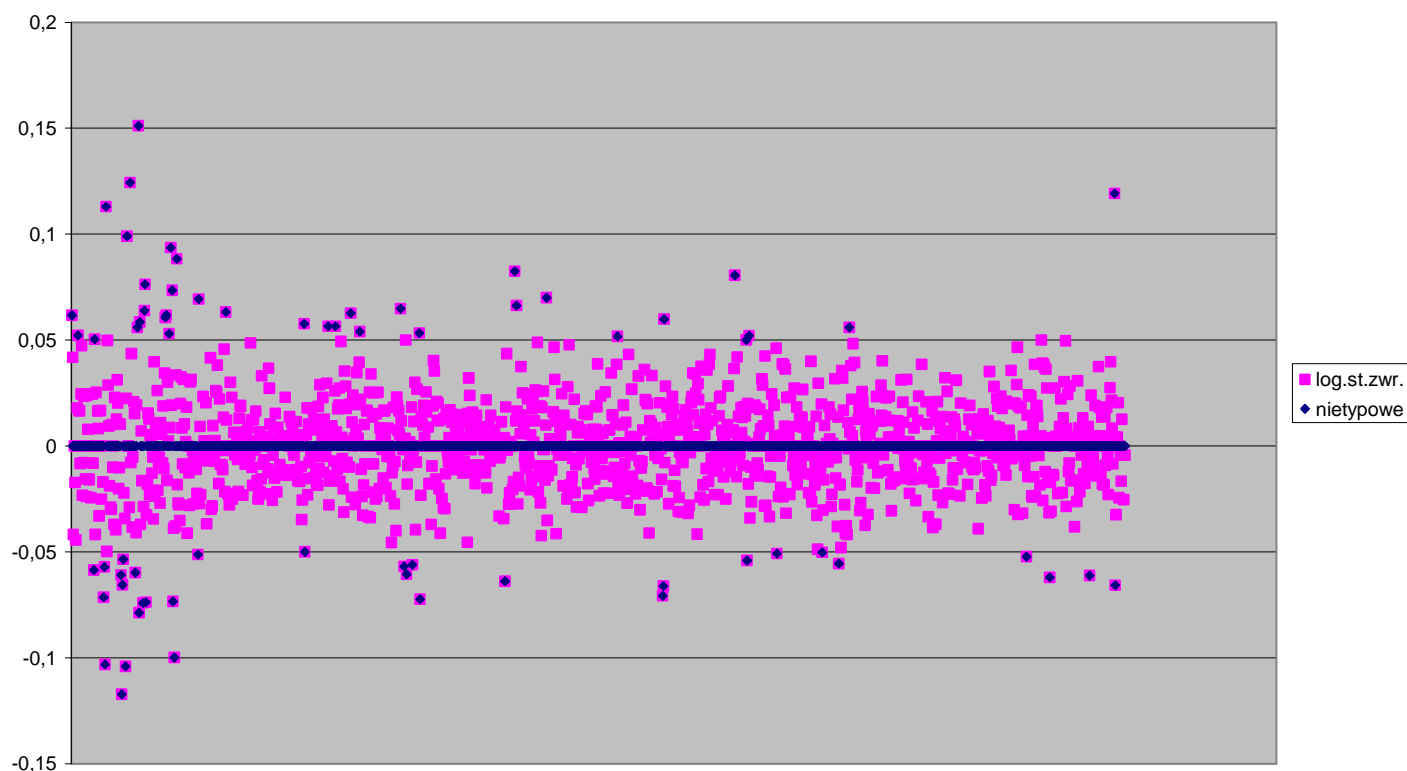


Rysunek 3 Wskaźniki - stopy, kwadraty stóp i obrót dla ograniczonego szeregu – 1.02.1999 – 30.01.2004

2.1 *Obserwacje nietypowe i z jakimi wydarzeniami dotyczącymi spółki, rynku czy gospodarki mogą być związane.*

Poniżej postaram się skupić na analizie fundamentalnej i rzeczywistych zdarzeniach, mających wpływ na notowania cen akcji.

PEKAO



Rysunek 4 Logarytmiczne stopy zwrotu dla cen zamknięcia z zaznaczonymi nietypowymi zwrotami (powyżej 5%).

Na podstawie obserwacji Rysunku 4 można podejrzewać prawostronną skośność i grube ogony rozkładu dla całego szeregu – cechy charakterystyczne dla szeregów czasowych.

Poniżej w tabeli zestawione są daty, logarytmiczne dzienne stopy zwrotu i wybrane opisów zdarzeń dla zwrotów przekraczających 5%. Takich momentów w procesie stóp zwrotu było dla 5% - 67, dla 7,5% - 15, a dla 10% - 7. Jednak mimo tych konkretnych „wyskoków” stóp zwrotu przeważa raczej skupienie w zakresie paska: (-3%, 3%).

Tabela 1 Nietypowe logarytmiczne stopy zwrotu dla PEKAO 30.06.1998-30.01.2004

daty nietypowyc h zwrotów	Lg. st. zwr.	zdarzenie
-	-	Oferta sprzedaży akcji Banku przypadła na okres dużej nerwowości i napięcia na międzynarodowych rynkach finansowych, spowodowanego pierwszymi objawami załamania się rynku w Rosji. Pomimo trudnych warunków rynkowych oferta ta spotkała się z dużym zainteresowaniem inwestorów.
07/01/1998	6,17%	Rada Ministrów postanawia przeznaczyć dla inwestora strategicznego pakiet 55% akcji Banku Pekao SA, stanowiących własność Skarbu Państwa.
07/13/1998	5,22%	
08/11/1998	-5,86%	
08/12/1998	5,04%	
08/28/1998	-7,15%	
08/31/1998	-5,72%	
09/01/1998	10,32%	I etap prywatyzacji; skierowane zostały zaproszenia do składania ofert do wybranej grupy potencjalnych inwestorów.
09/02/1998	11,29%	Rozpoczyna się udostępnianie akcji pracownikom banków Grupy.
09/30/1998	-6,10%	
10/01/1998	11,72%	
10/02/1998	-6,55%	
10/05/1998	-5,35%	
10/08/1998	10,41%	
10/12/1998	9,90%	
10/16/1998	12,43%	
10/27/1998	-5,98%	
10/30/1998	5,59%	
11/02/1998	15,12%	Agencje Fitch IBCA oraz Standard & Poor's informują o utrzymaniu ocen ratingowych dla Grupy Pekao SA na poziomie równym ratingowi wiarygodności inwestycyjnej kraju.
11/03/1998	-7,87%	
11/04/1998	5,85%	
11/10/1998	-7,41%	
11/13/1998	6,39%	
11/16/1998	7,62%	
11/17/1998	-7,38%	
12/23/1998	6,06%	Bank podpisał umowę emisyjną z Miastem Gdynia na kwotę 206 mln złotych; jest to dotychczas największa emisja na rynku

		obligacji municypalnych.
12/28/1998	6,18%	
01/04/1999	5,30%	
01/06/1999	9,36%	
01/08/1999	7,34%	
01/11/1999	-7,34%	
01/13/1999	-9,99%	
01/18/1999	8,83%	
02/25/1999	-5,13%	
02/26/1999	6,93%	
		umowa sprzedaży przez Ministra Skarbu Państwa strategicznego pakietu 75.707.500 akcji Banku na rzecz konsorcjum włoskiej grupy bankowej UniCredito Italiano SpA i niemieckiej Allianz Aktiengesellschaft.
04/21/1999	6,32%	
09/17/1999	5,77%	
09/20/1999	-5,00%	
11/03/1999	5,65%	
11/19/1999	5,65%	
12/17/1999	6,27%	
01/07/2000	5,40%	
03/23/2000	6,48%	
03/30/2000	-5,69%	
04/04/2000	-6,06%	
		W dniu 13 kwietnia 2000 roku p. Dino De Poli złożył rezygnację z członkostwa w Radzie Nadzorczej Banku Pekao SA.
04/14/2000	-5,61%	
05/04/2000	5,33%	
		W dniu 29 kwietnia 2000 roku Walne Zgromadzenie Akcjonariuszy podjęło uchwałę w sprawie podwyższenia kapitału Banku w drodze emisji nowych akcji serii C i D.
05/05/2000	-7,23%	
10/13/2000	-6,39%	
		Przejęcie pełnego nadzoru nad spółkami zależnymi Pekao/Alliance działającymi na rynku kapitałowym w obszarze zarządzania aktywami
11/02/2000	8,25%	
11/06/2000	6,62%	
01/04/2001	7,00%	
05/22/2001	5,18%	
08/16/2001	-7,08%	
08/17/2001	-6,61%	
08/20/2001	5,98%	
01/04/2002	8,05%	
01/25/2002	5,00%	

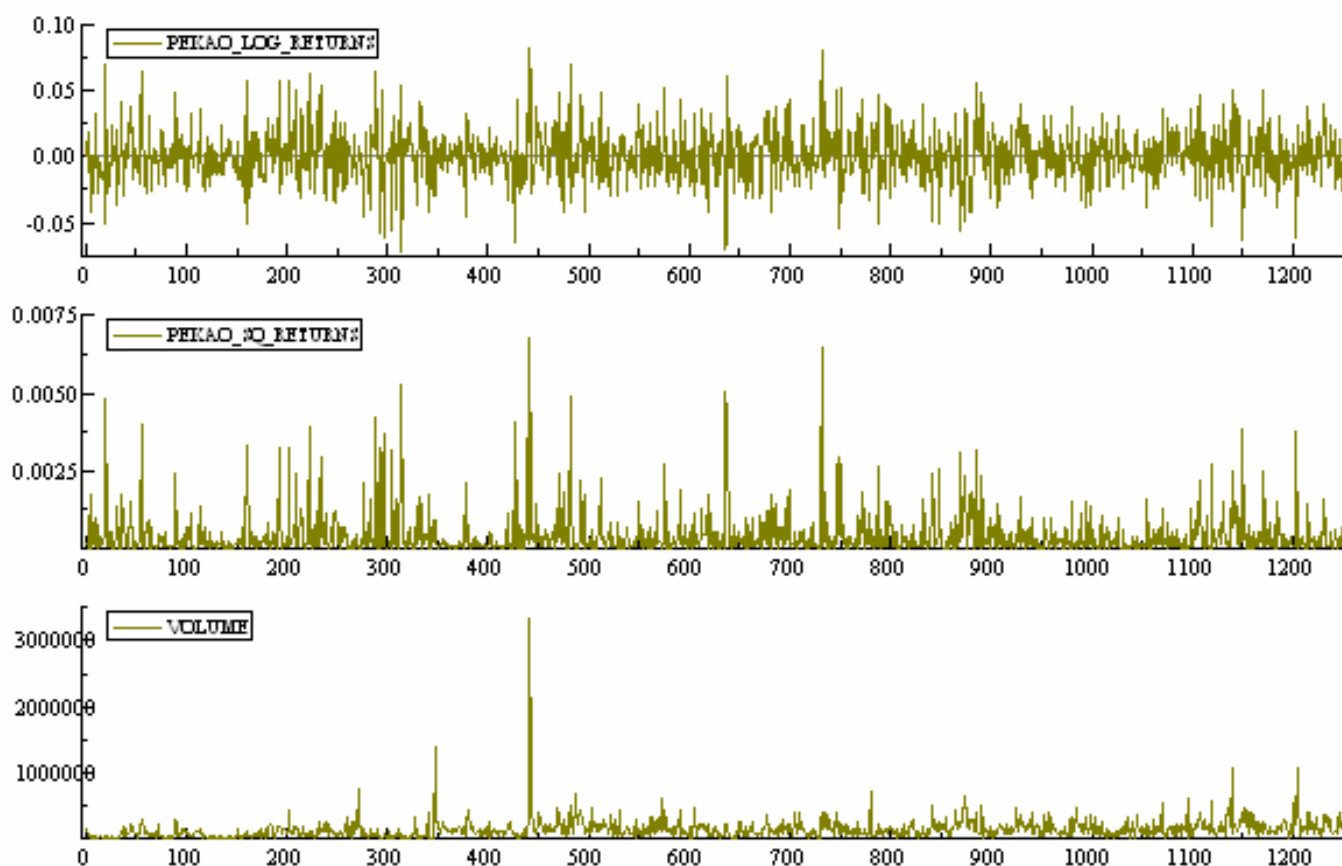
01/28/2002	-5,41%	
01/31/2002	5,21%	
03/25/2002	-5,08%	Bank Pekao SA zbył na rzecz US Money Express wszystkie udziały w Pekao Trading Corporation w Nowym Jorku
06/24/2002	-5,03%	Rozpoczęła się subskrypcja certyfikatów Pioneer Obligacji 2 Funduszu Inwestycyjnego Mieszanego.
07/24/2002	-5,56%	prawdopodobieństwo zrealizowania przez Bank celów finansowych określonych na rok 2002 uległo znacznemu obniżeniu; w lipcu 2002 roku Bank dokonał korekty prognozy.
08/13/2002	5,59%	
07/23/2003	-5,23%	
09/05/2003	-6,21%	
11/20/2003	-6,12%	
01/12/2004	11,92%	Na GPW czterokrotnie doszło do wprowadzenia do systemu WARSET niestandardowych zleceń maklerskich, które w znaczący sposób wpłynęły na przebieg notowań giełdowych. Zdarzenia te miały miejsce podczas sesji w dniach: 8, 12, 16 stycznia oraz 4 lutego 2004 r.²
01/13/2004	-6,58%	Znacząca korekta

2.2 *Traktowanie anomalii i wybór próby do badań*

Anomalia z 12 stycznia 2004 r. niesie ryzyko pogorszenia jakości dopasowanego modelu. W literaturze spotyka się dwa różne poglądy dotyczące traktowania anomalii – jeden każe pozostawić wartości zmiennej na zaobserwowanym poziomie, a drugi zastąpić nietypową obserwację inną wartością. W tym wypadku wartości z 12 i 13 stycznia 2004 (poniedziałek) zastąpię średnimi z pięciu poprzednich dni giełdowych (przy średniej 13 stycznia podstawiam nową wartość dla 12 stycznia), pomijając bardziej wyrafinowane metody odtwarzania takich wartości ze względu na zakres tego projektu.

Podsumowując – dalej skupię się na próbie 1250 obserwacji – z pominięciem pierwszych 150 i zastąpieniem wartości dla 12 i 13 stycznia 2004 r. Po przeprowadzeniu testów wykrywających zależności liniowe dobierać będę modele tylko dla próby ograniczonej.

² Komunikat informacyjny z dnia 10 lutego 2004 r. na temat przyczyn niestandardowych zdarzeń, jakie miały miejsce w trakcie sesji giełdowych w styczniu i lutym 2004 roku, http://www.kpwig.gov.pl/komunikaty/11_2_04.pdf



Rysunek 5 Wykresy stóp zwrotu, i ich kwadratów oraz volumenu dla danych ograniczonych (1250 obserwacji) i pozbawionych anomalii

3 Statystyki opisowe i wstępne testy własności szeregu zwrotów.

Maksymalne odchylenia stóp zwrotu w górę są co do wartości bezwzględnej o większe od odchylenia w dół, ale średnia stopa jest bliska zeru. Odchylenie standardowe na poziomie 2,0211% zdaje się potwierdzać występowanie zaobserwowanego „paska zmienności”.

Tabela 2 Wybrane statystyki dla stóp zwrotu PEKAO, 1399 obserwacji

Variable	#obs	#miss	type	min	mean	max	std.dev
PEKAO_LOG_RETURNS	1250	0	double	-0.072321	0.00069416	0.082522	0.020211

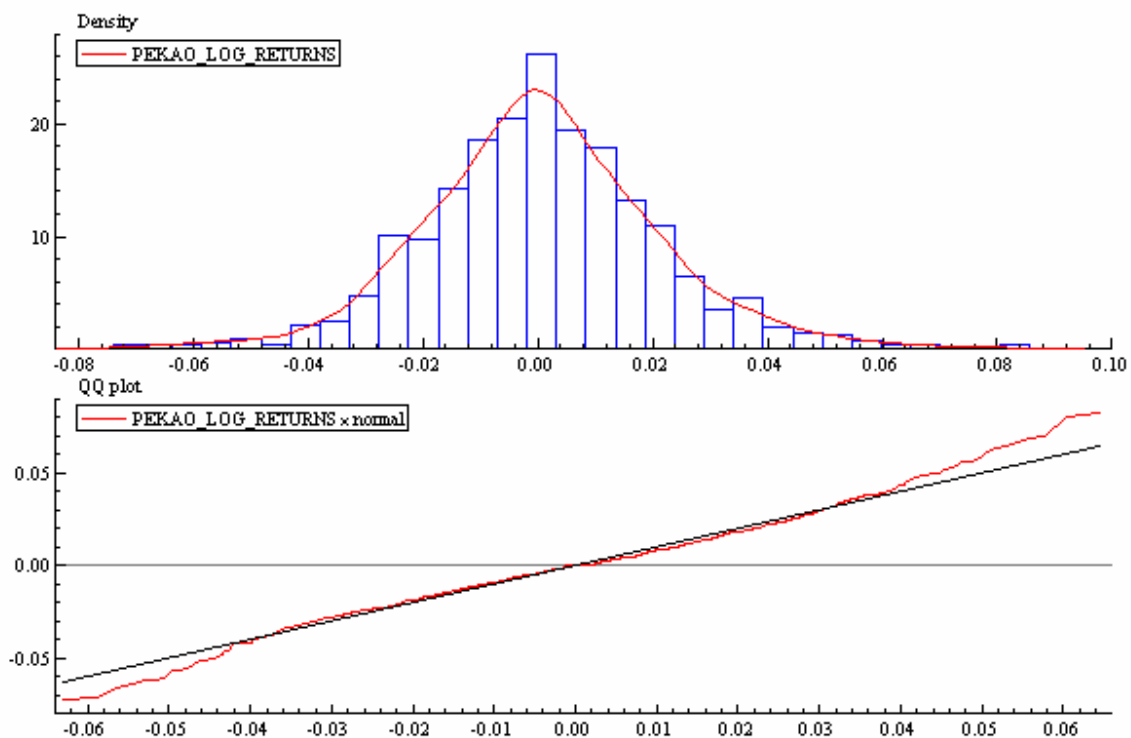
Dodatni współczynnik skośności wskazuje na słabą prawostronną skośność, co zgadza się z wykresem na Rysunku 5 i przeczy często przytaczanej w literaturze ekonometrycznej lewostronnej

skośności szeregów finansowych. Eksces, czyli Kurtoza-3 wynosi 1,1043, co w porównaniu z ekscesem równym 0 dla rozkładu normalnego świadczy o dość dużym skupieniu rozkładu stóp wokół średniej.

Tabela 3 Wybrane statystyki opisowe - program OxMetrics

	Statistic	t-Test	P-Value
Skewness	0.16529	2.3886	0.016915
Excess_Kurtosis	1.1043	7.9852	1.4034e-015
Jarque-Bera	69.201	.NaN	9.4026e-016

Bardzo duża wartość statystyki pozwala odrzucić hipotezę zerową o normalności rozkładu stóp zwrotu (wartość p prawdopodobieństwo błędu I rodzaju, czyli odrzucenia hipotezy prawdziwej – nie jest liczbą).



Rysunek 6 Porównanie z rozkładem normalnym - histogram stóp zwrotu i wykres kwantyl-kwantyl.

Leptokurtyczny rozkład prawdopodobieństwa i grube ogony rozkładu widoczne na wykresie kwantyl-kwantyl sugerują **zastosowanie rozkładu T-Studenta, ale niekoniecznie skośnego.**

3.1 Testowanie zależności liniowych w szeregu stóp zwrotu

Zastosowany test Boxa-Pierce'a pozwala przyjąć bądź odrzucić hipotezę zerową o łącznym zerowaniu się współczynników autokorelacji dla kolejnych opóźnień nie większych od m , gdzie za m przyjmujemy: 5, 10, 20, 50. W poniższych przypadkach wartość prawdopodobieństwa p - odrzucenia hipotezy prawdziwej jest większa od założonego alfa równego 5%, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

Q-Statistics on Raw data		p-value
Q(5) =	5.77238	[0.3290013]
Q(10) =	7.27265	[0.6994791]
Q(20) =	19.3740	[0.4976506]
Q(50) =	53.3382	[0.3471480]

Z kolei dla kwadratów stóp zwrotu odrzucić możemy hipotezy o łącznym zerowaniu się współczynników autokorelacji dla kwadratów stóp zwrotu:

Q-Statistics on Squared data		p-value
Q(5) =	35.8955	[0.0000010]
Q(10) =	41.7708	[0.0000082]
Q(20) =	66.4268	[0.0000007]
Q(50) =	88.1085	[0.0007095]

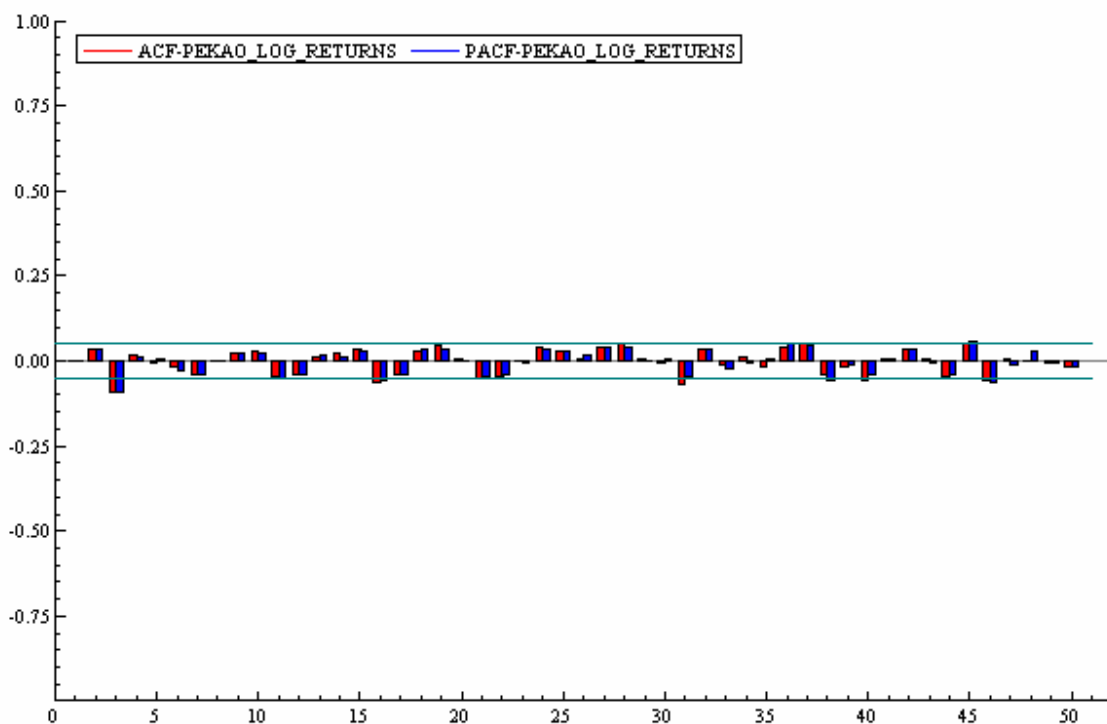
3.2 Funkcja autokorelacji i autokorelacji cząstkowej

Kolejnym etapem badania zależności liniowych jest obserwacja wykresów funkcji ACF i PACF, informujących o pamięci procesu stochastycznego, co być może pozwoli dobrać odpowiedni model z rodziny ARMA.

3.2.1 Dla całej próby

Rysunek 7 pokazuje, że dla PACF dodatkowy wkład opóźnionych wartości jest największy dla $l=3$, potem wartości znajdują się już na poziomie nieistotnym. Podobnie ACF jest istotnie niezerowe jedynie dla opóźnienia $l=3$.

Ponadto nie ma wykładniczego spadku wartości ACF, ale widoczna jest za to wyraźna okresowość wartości obu funkcji. Przy całej próbie okres wynosi 5, a wartości zmieniają się sinusoidalnie przy zmniejszającej się amplitudzie wahań. W obu próbach funkcje ACF i PACF zanikają w sposób łagodny, żadna z nich nie urywa się po pewnym odstępie, więc zamiast modelu AR(3) lub MA(3) można podejrzewać raczej ARMA(3,3).³

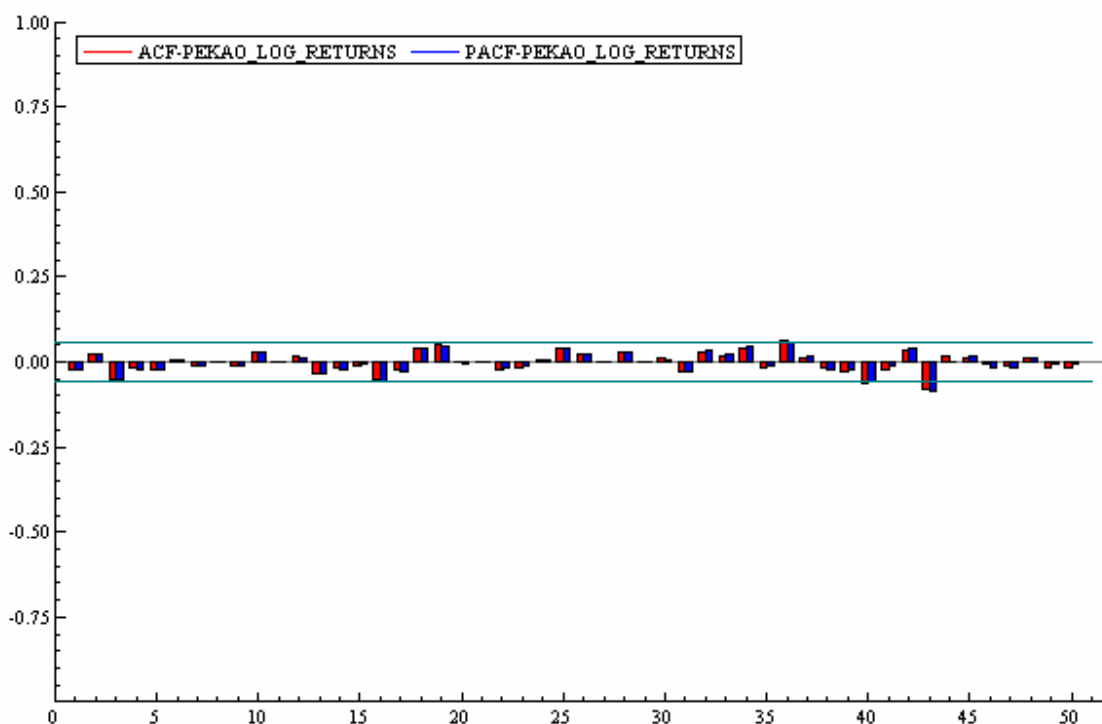


Rysunek 7 Wykresy funkcji ACF i PACF dla $l=50$ opóźnień, pełna próba.

3.2.2 Dla próby ograniczonej

Wspomnianej wyżej okresowości i istotnie niezerowego współczynnika dla opóźnienia 3 nie znajdujemy już dla wykresów ACF i PACF z ograniczonej próby 150-1399.

³ Magdalena Osińska, „Ekonometria finansowa”, str. 53



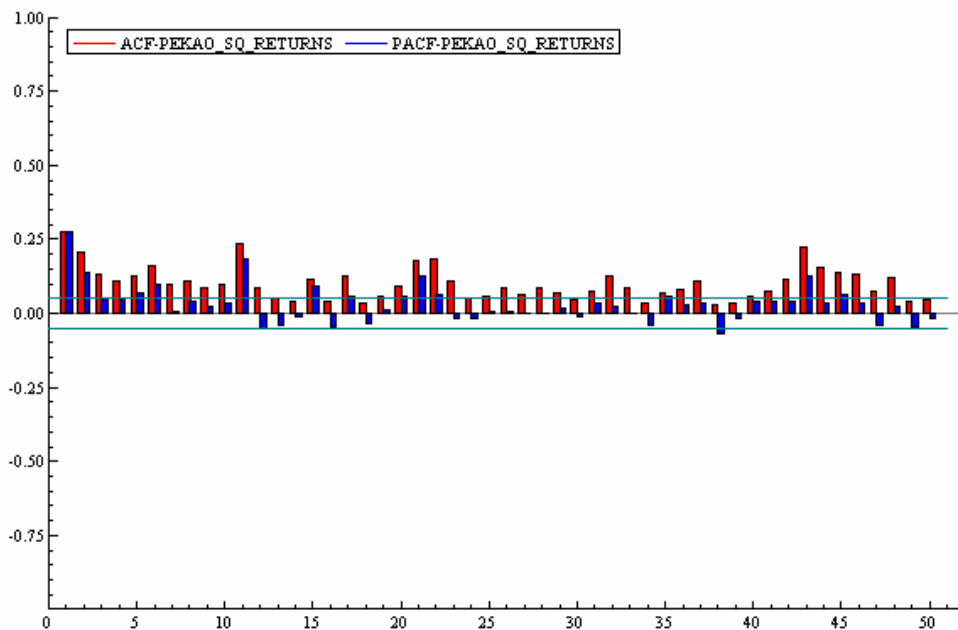
Rysunek 8 ACF i PACF dla ograniczonej próby, do 50 opóźnień.

3.3 *Funkcja autokorelacji i autokorelacji cząstkowej dla kwadratów stóp zwrotu*

Z kolei analiza PACF i ACF dla kwadratów stóp zwrotu pokazuje zależności autoregresyjne pozwalające przewidzieć rodzaj modelu z rodziny GARCH.

3.3.1 Dla całej próby

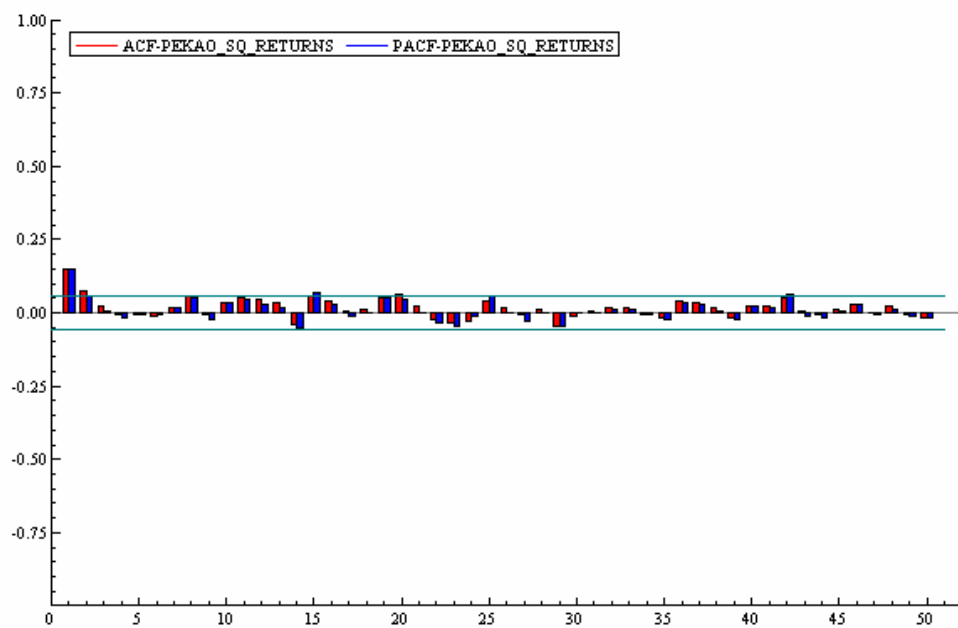
Wykresy ACF i PACF przypominają nieco złożenie funkcji wykładniczej i sinusoidalnej, a takie własności ACF i PACF są charakterystyczne dla modeli ARMA(p,q).



Rysunek 9 ACF i PACF dla kwadratów stóp zwrotu – pełna próba.

3.3.2 Dla ograniczonej próby

Widoczne na Rysunku 8 gasnące wahania sinusoidalne dla wykresów funkcji ACF i PACF sugerują zastosowanie modelu GARCH(1,1) (ewentualnie GARCH (2,2)) dla ograniczonej próby danych (150-1399).



Rysunek 10 ACF i PACF dla kwadratów stóp zwrotu – ograniczona próba.

Tabela 4 Podejrzenia co do modeli po wstępnych testach.

ACF i PACF	Próba 1-1399	Próba 150-1399
Stopy zwrotu	ARMA(3,3)	ARMA(p,q) (0<=p<=2, 0<=q<=2)
Kwadraty stóp zwrotu	GARCH(5,5) (ARMA dla kwadratów)	GARCH(1,1) (bo ARMA(1,1) dla kwadratów)

Określono $p,q=2$ jako relatywnie wysokie dla modeli ARMA i szacowane były modele zawierające wszystkie możliwe kombinacje $p \leq 2$ i $q \leq 2$ (za pomocą skryptu).

4 Dopasowanie kilku modeli z rodziny ARMA-GARCH:

Po zastosowaniu poczwórnej pętli do estymowania parametrów modelu GARCH uzyskano istotne parametry dla następujących modeli:

ARMA(m,n)	m	2	1	1	1	0	0	0	0
	n	2	1	1	1	0	0	0	0
GARCH(p,q)	p	0	2	1	0	2	4	1	0
	q	1	3	2	1	3	0	2	1

Ponadto jako parametry ustawiono:

- rozkład T-Studenta,
- brak stałej w średniej (dla wszystkich modeli stała średnia była nieistotna)
- brak „Arch-in-Mean”.

Szczegóły – plik wyjściowy dla modeli $(n,n,0,1)$ i $(n,n,1,2)$, gdzie $0 \leq n \leq 2$:

[GarchEstim3TESTY modele_nn01_nn12_testy.out](#)

4.1 Różne rozkłady błędu

Wpływ różnych rozkładów innowacji zbadam dla przykładu modelu **ARMA(1,1)-GARCH(0,1)** (1250 obserwacji). Rozpatrywane będą cztery rozkłady:

- o rozkład normalny,
- o T-Studenta,
- o skośny T-Studenta
- o GED (General Error Distribution).

		Skewness	Excess Kurtosis	Akaike
Gauss	Statistic	0.22434	0.94934	-4.974400
	t-Test	3.2029	6.7824	
	P-Value	0.0013607	1.1819e-011	
T Student	Statistic	0.22635	0.95819	-5.000377
	t-Test	3.2315	6.8456	
	P-Value	0.0012312	7.6162e-012	
GED	Statistic	0.22553	0.96102	-5.006198
	t-Test	3.2199	6.8659	
	P-Value	0.0012825	6.6088e-012	
skośny T-Studenta	Statistic	0.22704	7.2011e-012	-5.001557
	t-Test	3.2415	0.95931	
	P-Value	0.0011890	6.8536	

Wbrew wynikom testu na rozkład normalny dla szeregu najmniejszą wartość kryterium informacyjnego osiągnięta dla tego modelu przy rozkładzie Gaussa.

Szczegóły – plik: [GarchEstim3TESTY_petla_rozklady1101.out](#)

4.2 Dodatkowe zmienne objaśniające

Do wybranego modelu : ARMA(1,1)-GARCH(0,1) dodana została dodatkowa zmienna LVOLUME, czyli logarytmiczne przyrosty wielkości obrotu.

Zestawienie testów dla modelu bez zmiennej objaśniającej i ze zmienną LVOLUME:

4.2.1 Bez zmiennej dodatkowej

** SPECIFICATIONS **

Dependent variable : PEKAO_LOG_RETURNS

Mean Equation : ARMA (1, 1) model.

No regressor in the mean

Variance Equation : GARCH (0, 1) model.

No regressor in the variance

The distribution is a Student distribution, with 7.13967 degrees of freedom.

Robust Standard Errors (Sandwich formula)

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
AR(1)	-0.652098	0.16050	-4.063	0.0001
MA(1)	0.615847	0.15738	3.913	0.0001
Cst(V)	3.495943	0.22751	15.37	0.0000
ARCH(Alpha1)	0.167189	0.044617	3.747	0.0002
Student(DF)	7.139671	1.3056	5.468	0.0000

No. Observations : 1220 No. Parameters : 5

Mean (Y) : 0.00067 Variance (Y) : 0.00041

Skewness (Y) : 0.16545 Kurtosis (Y) : 4.09793

Log Likelihood : 3055.230 Alpha[1]+Beta[1]: 0.16719

** TESTS **

	Statistic	t-Test	P-Value
Skewness	0.22635	3.2315	0.0012312
Excess Kurtosis	0.95819	6.8456	7.6162e-012
Jarque-Bera	57.088	.NaN	4.0125e-013

Information Criterium (to be minimized)

Akaike -5.000377 Shibata -5.000411

Schwarz -4.979448 Hannan-Quinn -4.992500

Q-Statistics on Standardized Residuals

--> P-values adjusted by 2 degree(s) of freedom

Q(1) = 0.304136 [1.0000000]

Q(2) = 0.312202 [1.0000000]

Q(5) = 3.59315 [0.3088809]

Q(10) = 4.79093 [0.7796699]

Q(15) = 8.19237 [0.8308457]

Q(20) = 19.9331 [0.3366014]

H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]

Q-Statistics on Squared Standardized Residuals

--> P-values adjusted by 1 degree(s) of freedom

Q(1) = 0.00450087 [1.0000000]

Q(2) = 7.74594 [0.0053833]

Q(5) = 8.48613 [0.0753087]

Q(10) = 13.3743 [0.1463880]

Q(15) = 28.5629 [0.0119680]

Q(20) = 35.5923 [0.0118400]

H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]

ARCH 1-1 test: F(1,1216)=0.0044766 [0.9467]

ARCH 1-2 test: F(2,1214)= 3.8684 [0.0211]*

ARCH 1-5 test: F(5,1208)= 1.7643 [0.1173]

ARCH 1-10 test: F(10,1198)= 1.3461 [0.2006]

Residual-Based Diagnostic for Conditional Heteroskedasticity of Tse (2001)

RBD(10) = 10.3637 [0.4091828]

RBD(15) = 19.4170 [0.1954569]

RBD(20) = 23.9846 [0.2430655]

P-values in brackets

Diagnostic test based on the news impact curve (EGARCH vs. GARCH)

Test P-value

Sign Bias t-Test	1.39185	0.16397
Negative Size Bias t-Test	0.19313	0.84685
Positive Size Bias t-Test	0.72066	0.47112
Joint Test for the Three Effects	2.46766	0.48116

Joint Statistic of the Nyblom test of stability: 0.721341

Individual Nyblom Statistics:

AR(1)	0.05945
MA(1)	0.06275
Cst(V)	0.08114
ARCH(Alpha1)	0.17830
Student(DF)	0.19276

Rem: Asymptotic 1% critical value for individual statistics = 0.75.

Asymptotic 5% critical value for individual statistics = 0.47.

Adjusted Pearson Chi-square Goodness-of-fit test

# Cells(g)	Statistic	P-Value(g-1)	P-Value(g-k-1)
40	58.2295	0.024449	0.005978
50	81.9672	0.002190	0.000447
60	76.9836	0.057967	0.021669

Rem.: $k = 5 = \#$ estimated parameters

4.2.2 Ze zmienną dodatkową:

** SPECIFICATIONS **

Dependent variable : PEKAO_LOG_RETURNS

Mean Equation : ARMA (1, 1) model.

1 regressor(s) in the mean.

Variance Equation : GARCH (0, 1) model.

No regressor in the variance

The distribution is a Student distribution, with 7.12234 degrees of freedom.

Robust Standard Errors (Sandwich formula)

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
LVOLUME (M)	0.002307	0.00076664	3.010	0.0027
AR(1)	0.688539	0.24434	2.818	0.0049
MA(1)	-0.719671	0.25282	-2.847	0.0045
Cst(V)	3.474489	0.22747	15.27	0.0000
ARCH(Alpha1)	0.166332	0.044627	3.727	0.0002
Student(DF)	7.122341	1.3440	5.299	0.0000

No. Observations : 1220 No. Parameters : 6

Mean (Y) : 0.00067 Variance (Y) : 0.00041

Skewness (Y) : 0.16545 Kurtosis (Y) : 4.09793

Log Likelihood : 3059.607 Alpha[1]+Beta[1]: 0.16633

** TESTS **

	Statistic	t-Test	P-Value
Skewness	0.18466	2.6364	0.0083788
Excess Kurtosis	0.98991	7.0723	1.5243e-012
Jarque-Bera	56.747	.NaN	4.7601e-013

Information Criterium (to be minimized)

Akaike -5.005913 Shibata -5.005961
Schwarz -4.980799 Hannan-Quinn -4.996461

Q-Statistics on Standardized Residuals

--> P-values adjusted by 2 degree(s) of freedom

Q(1) = 0.0354120 [1.0000000]

Q(2) = 3.81904 [1.0000000]

Q(5) = 6.03170 [0.1100783]

Q(10) = 7.48522 [0.4852964]

Q(15) = 10.6696 [0.6384770]

Q(20) = 20.1759 [0.3230067]

H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]

Q-Statistics on Squared Standardized Residuals

--> P-values adjusted by 1 degree(s) of freedom

Q(1) = 0.0235689 [1.0000000]

Q(2) = 8.83834 [0.0029497]

Q(5) = 10.5912 [0.0315642]

Q(10) = 15.7832 [0.0715504]

Q(15) = 29.6706 [0.0084695]

Q(20) = 36.4469 [0.0092978]

H0 : No serial correlation ==> Accept H0 when prob. is High [Q < Chisq(lag)]

ARCH 1-1 test: F(1,1216)= 0.023442 [0.8783]

ARCH 1-2 test: F(2,1214)= 4.4151 [0.0123]*

ARCH 1-5 test: F(5,1208)= 2.1975 [0.0524]

ARCH 1-10 test: F(10,1198)= 1.5631 [0.1123]

Residual-Based Diagnostic for Conditional Heteroskedasticity of Tse (2001)

RBD(10) = 12.2611 [0.2679633]

RBD(15) = 20.4860 [0.1540701]

RBD(20) = 25.7392 [0.1745975]

P-values in brackets

Diagnostic test based on the news impact curve (EGARCH vs. GARCH)

Test P-value

Sign Bias t-Test 1.65590 0.09774

Negative Size Bias t-Test 0.55672 0.57772

Positive Size Bias t-Test 0.99735 0.31860

Joint Test for the Three Effects 2.91463 0.40498

Joint Statistic of the Nyblom test of stability: 1.47407

Individual Nyblom Statistics:

LVOLUME (M) 0.60034

AR(1) 0.11956

MA(1) 0.11357

Cst(V) 0.08753

ARCH(Alpha1) 0.14838

Student(DF) 0.26300

Rem: Asymptotic 1% critical value for individual statistics = 0.75.

Asymptotic 5% critical value for individual statistics = 0.47.

Adjusted Pearson Chi-square Goodness-of-fit test

# Cells(g)	Statistic	P-Value(g-1)	P-Value(g-k-1)
40	50.7541	0.098435	0.024843
50	63.5246	0.079423	0.022502

60 83.1803 0.020760 0.005076

Rem.: k = 6 = # estimated parameters

4.3 Wybrane 3 najlepsze modele z i bez dodatkowej zmiennej

4.3.1 Bez dodatkowej zmiennej

Po wielokrotnych testach wybrane zostały trzy najlepsze modele – o istotnych parametrach i najmniejszych wartościach bezwzględnych kryterium informacyjnego Akaike:

ARMA(m,n)	m	1	2	0
	n	1	2	0
GARCH(p,q)	p	0	0	0
	q	1	1	1
Kryterium Akaike		-5.000377	-5.003747	-5.001146

Ponadto bardzo ważne jest sprawdzenie jakości części ARMA modelującej średnią warunkową. W tym celu patrzymy na wartość statystyki Q – Boxa-Ljunga:

	1101		2201		0010	
Q(10) =	4.92056	[0.7660323]	7.35859	[0.6912130]	7.46114	[0.6813101]
Q(15) =	8.41071	[0.8158524]	10.7914	[0.7672350]	10.8668	[0.7619777]
Q(20) =	20.9744	[0.2807091]	22.2118	[0.3291267]	22.2498	[0.3271101]

Wartości parametrów dla modeli:

0001	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Cst(V)	3.509632	0.22877	15.34	0.0000
ARCH(Alpha1)	0.165373	0.044848	3.687	0.0002
Student(DF)	7.156166	1.3063	5.478	0.0000
1101	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob

AR(1)	-0.652098	0.16050	-4.063	0.0001
MA(1)	0.615847	0.15738	3.913	0.0001
Cst(V)	3.495943	0.22751	15.37	0.0000
ARCH(Alpha1)	0.167189	0.044617	3.747	0.0002
Student(DF)	7.139671	1.3056	5.468	0.0000
2201	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
AR(1)	-1.421122	0.018282	-77.73	0.0000
AR(2)	-0.958736	0.017390	-55.13	0.0000
MA(1)	1.423252	0.021940	64.87	0.0000
MA(2)	0.972041	0.021084	46.10	0.0000
Cst(V)	3.522729	0.23118	15.24	0.0000
ARCH(Alpha1)	0.157057	0.043532	3.608	0.0003
Student(DF)	6.795553	1.1965	5.679	0.0000

4.3.1.1 **Badanie stabilności parametrów modeli bez zmiennej objaśniającej:**

W tym celu badamy wartości statystyki Nybloma. I tak oto dla kolejnych modeli:

Joint Statistic of the Nyblom test of stability: 0.557388

Individual Nyblom Statistics:

Cst(V) 0.08083

ARCH(Alpha1) 0.15865

Student(DF) 0.20629

Joint Statistic of the Nyblom test of stability: 0.721341

Individual Nyblom Statistics:

AR(1) 0.05945

MA(1) 0.06275

Cst(V) 0.08114
 ARCH(Alpha1) 0.17830
 Student(DF) 0.19276

Joint Statistic of the Nyblom test of stability: 1.30203

Individual Nyblom Statistics:

AR(1) 0.38882
 AR(2) 0.28366
 MA(1) 0.21469
 MA(2) 0.20174
 Cst(V) 0.08189
 ARCH(Alpha1) 0.15733
 Student(DF) 0.23341

Rem: Asymptotic 1% critical value for individual statistics = 0.75.

Asymptotic 5% critical value for individual statistics = 0.47.

Dla każdego modelu wartość statystyki dla całego modelu wskazuje na stabilność parametrów. Także dla pojedynczych parametrów wartości empiryczne są mniejsze od wartości krytycznych.

4.3.2 Z dodatkową zmienną objaśniającą:

Z dodatkową zmienną objaśniającą:				
0001	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
LVOLUME(M)	0.002618	0.00080641	3.247	0.0012
AR(1)	-0.724852	0.15263	-4.749	0.0000
MA(1)	0.682878	0.15564	4.388	0.0000
Cst(V)	3.456572	0.21843	15.82	0.0000
ARCH(Alpha1)	0.151568	0.040891	3.707	0.0002
1101	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
LVOLUME(M)	0.002307	0.00076664	3.010	0.0027
AR(1)	0.688539	0.24434	2.818	0.0049
MA(1)	-0.719671	0.25282	-2.847	0.0045

Cst(V)	3.474489	0.22747	15.27	0.0000
ARCH(Alpha1)	0.166332	0.044627	3.727	0.0002
Student(DF)	7.122341	1.3440	5.299	0.0000
2201	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
LVOLUME(M)	0.002082	0.00080794	2.577	0.0101
AR(1)	0.672089	0.44997	1.494	0.1355
MA(1)	-0.701086	0.46271	-1.515	0.1300
Cst(V)	3.452746	0.21826	15.82	0.0000
ARCH(Alpha1)	0.159759	0.042626	3.748	0.0002
G.E.D.(DF)	1.380837	0.084401	16.36	0.0000

4.4 *Możliwość występowania efektu:*

4.4.1 *długiej pamięci*

Dla modeli GARCH malejąca wykładniczo funkcja autokorelacji sygnalizuje kowariancyjną stacjonarność, która oznacza wykładniczo malejący wpływ aktualnej zmienności na przyszłe wartości. Z kolei w procesie IGARCH wpływ poprzednich wartości (więc także poprzednich szoków) jest trwały i mówi się wtedy o tzw. persystencji. Pomiędzy tymi dwoma klasami modeli są jeszcze modele FIGARCH o „średniej pamięci”.

Modele IGARCH rozpoznaje się po sumujących się do 1 wartościach parametrów. W przypadku wybranych poprzednio trzech modeli warunek ten nie zachodzi, a także próby dostosowywania modeli IGARCH, FIGARCH oraz FIEGARCH nie prowadziły do modeli o wszystkich parametrach istotnych.

** G@RCH(3) SPECIFICATIONS **

Dependent variable : PEKAO_LOG_RETURNS

Mean Equation : ARMA (0, 0) model.

No regressor in the mean

Variance Equation : **IGARCH (1, 2) model.**

No regressor in the variance

Robust Standard Errors (Sandwich formula)

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Cst(V)	0.022867	0.016265	1.406	0.1600
ARCH(Alpha1)	0.185668	0.050540	3.674	0.0002
ARCH(Alpha2)	-0.140125	0.051285	-2.732	0.0064
Student(DF)	5.890885	0.98029	6.009	0.0000
GARCH(Beta1)	0.954457			

No. Observations : 1250 No. Parameters : 5
Mean (Y) : 0.00069 Variance (Y) : 0.00041
Skewness (Y) : 0.16529 Kurtosis (Y) : 4.10425
Log Likelihood : 3138.825

** G@RCH(4) SPECIFICATIONS **

Dependent variable : PEKAO_LOG_RETURNS

Mean Equation : ARMA (1, 1) model.

No regressor in the mean

Variance Equation : **IGARCH (1, 1) model.**

No regressor in the variance

The distribution is a Student distribution, with 5.53892 degrees of freedom.

Strong convergence using numerical derivatives

Log-likelihood = 3136.46

Please wait : Computing the Std Errors ...

Robust Standard Errors (Sandwich formula)

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
AR(1)	-0.662151	0.18667	-3.547	0.0004
MA(1)	0.618616	0.19168	3.227	0.0013
Cst(V)	0.038116	0.027062	1.408	0.1592
ARCH(Alpha1)	0.066131	0.022920	2.885	0.0040
Student(DF)	5.538922	0.86085	6.434	0.0000

GARCH(Beta1) 0.933869

No. Observations : 1250 No. Parameters : 6

Mean (Y) : 0.00069 Variance (Y) : 0.00041

Skewness (Y) : 0.16529 Kurtosis (Y) : 4.10425

Log Likelihood : 3136.464

Warning : To avoid numerical problems, the estimated parameter Cst(V), and its std.Error have been multiplied by 10^4 .

The sample mean of squared residuals was used to start recursion.

Estimated Parameters Vector :

-0.662151; 0.618616; 0.038116; 0.066131

4.4.2 ARCH in Mean (efekt dźwigni)

Sprawdzanie efektu Arch-in-Mean , inaczej autoregresyjnej heteroskedastyczności warunkowej w resztach, oznacza sprawdzanie, czy warunkowa wariancja jest stała w czasie. Model uwzględniający ten efekt pozwala włączyć do modelu premię za ryzyko i estymować jej zmienność w czasie.

Do testowania efektu Arch stosujemy test Arch. Np. badanego dla modelu ARMA(1,1)-GARCH(0,1):

ARCH 1-2 test: $F(2,1214) = 3.8684 [0.0211]^*$

ARCH 1-5 test: $F(5,1208) = 1.7643 [0.1173]$

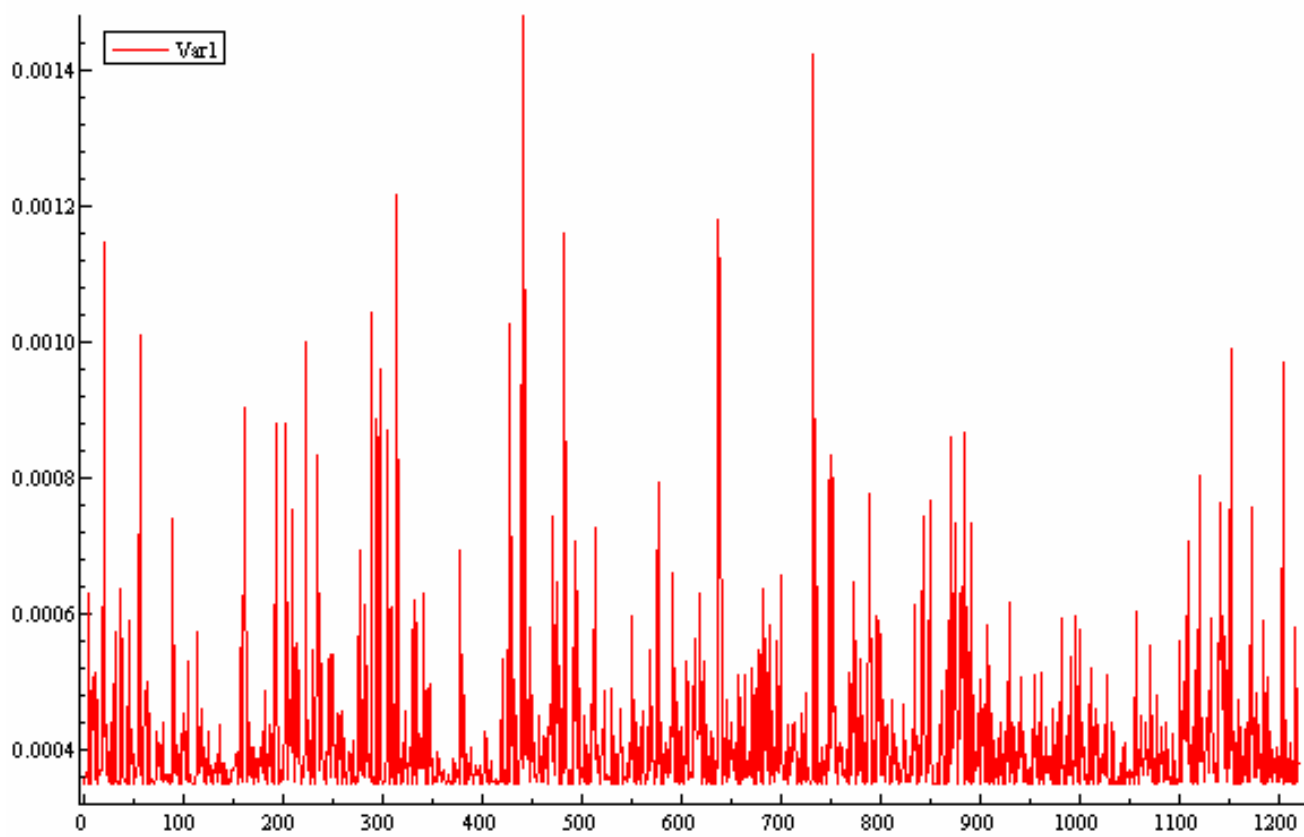
ARCH 1-10 test: $F(10,1198) = 1.3461 [0.2006]$

4.5 Na istnienie jakich zależności wskazują dopasowane modele?

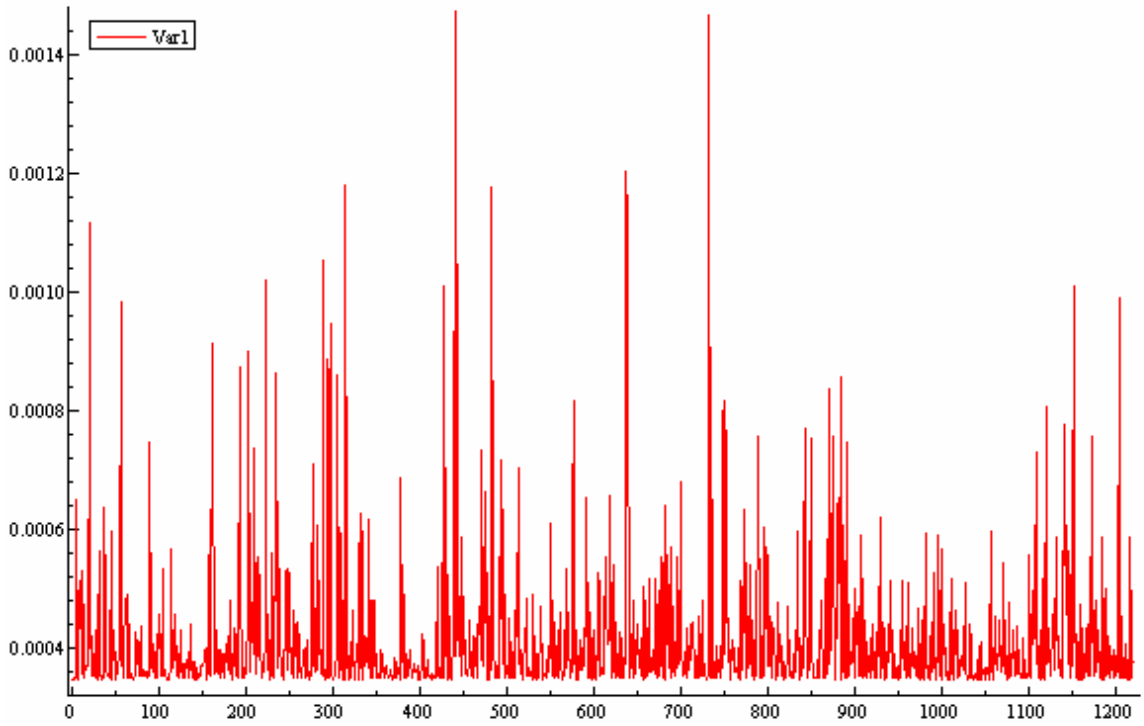
Brak długiej pamięci dla modelu ARMA(1,1)-GARCH(0,1) może wskazywać na to, że informacje o zmianach cen dla tej płynnej spółki są przyswajane w ciągu około jednego dnia, a nagłe szoki nie wywołują długiego wpływu na przyszłe wartości.

5 Przedstawienie oszacowania zmienności w próbie

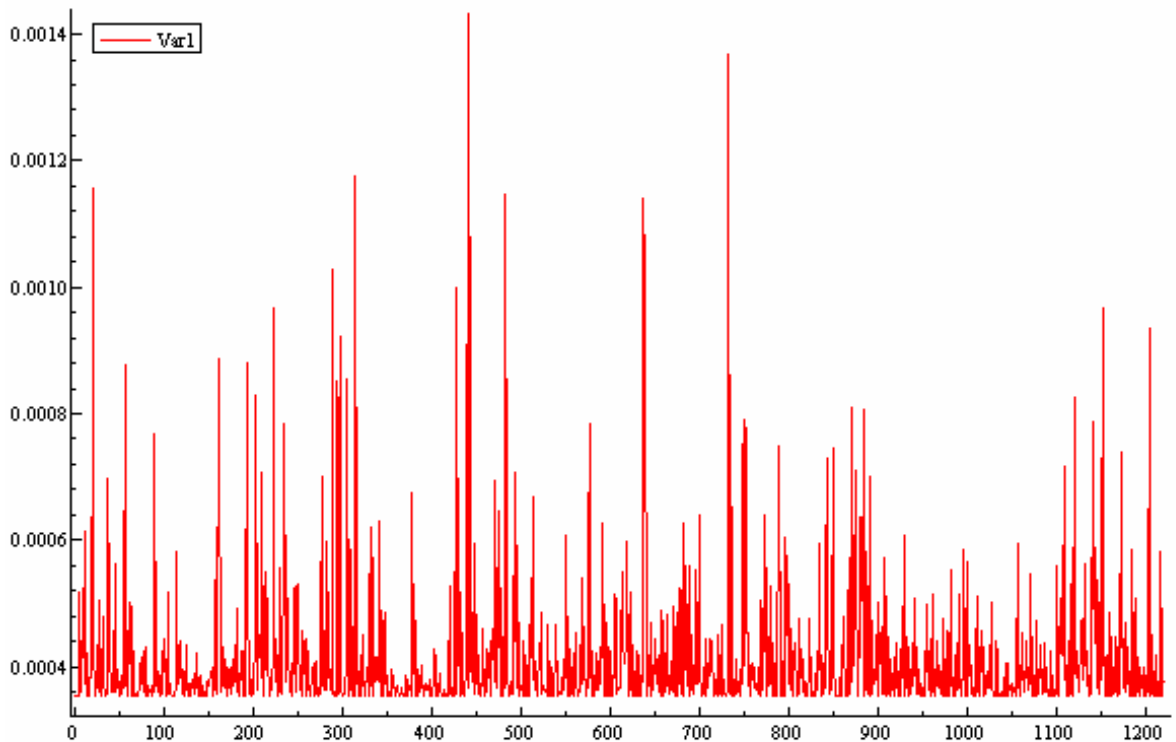
Oszacowania zmienności dla liczby zwrotów równej 30 w wybranych trzech modelach:



Rysunek 11 ARMA(0,0)-GARCH(0,1)



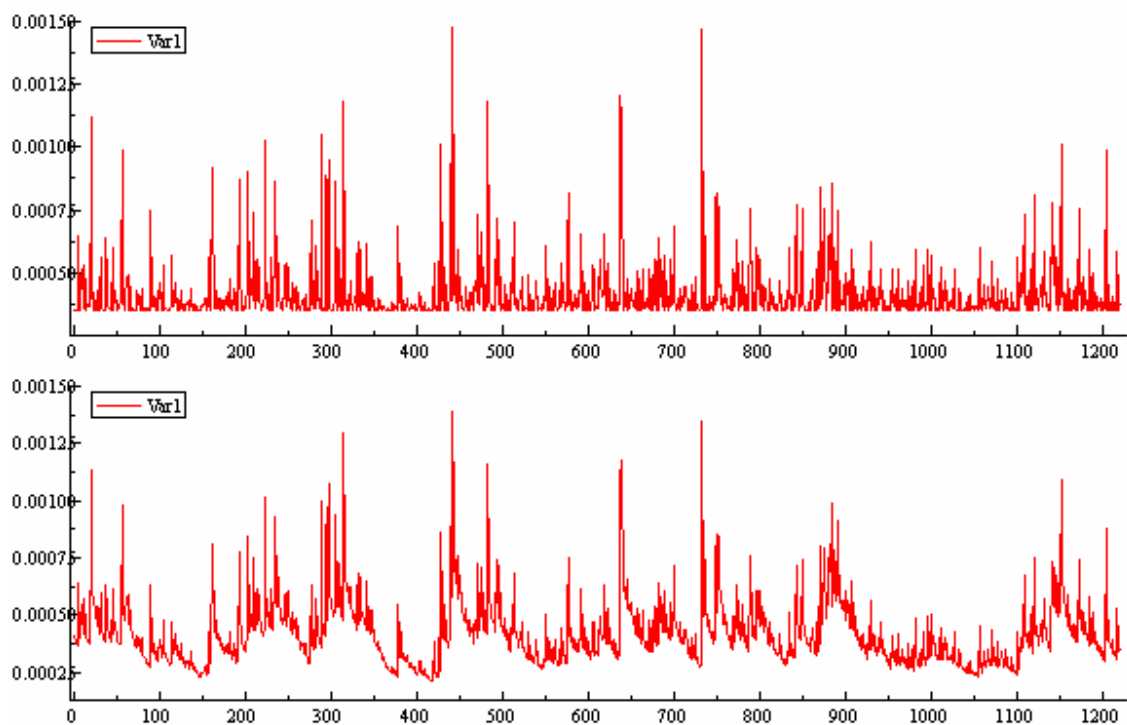
Rysunek 12 ARMA(1,1)-GARCH(0,1)



Rysunek 13 ARMA(2,2)-GARCH(0,1)

Jak widać, oszacowania zmienności dla wszystkich trzech wybranych modeli są bardzo podobne. Jednakże model ARMA(1,1)-GARCH(0,1) wydaje się być bardziej umiarkowany na tle pozostałych, które w porównaniu z nim zaniżają małe wartości wariacji, a zwyżają duże.

Znaczne różnice widać już jednak dla modeli ARMA(1,1)-GARCH(0,1) i ARMA(1,1)-GARCH(1,2):

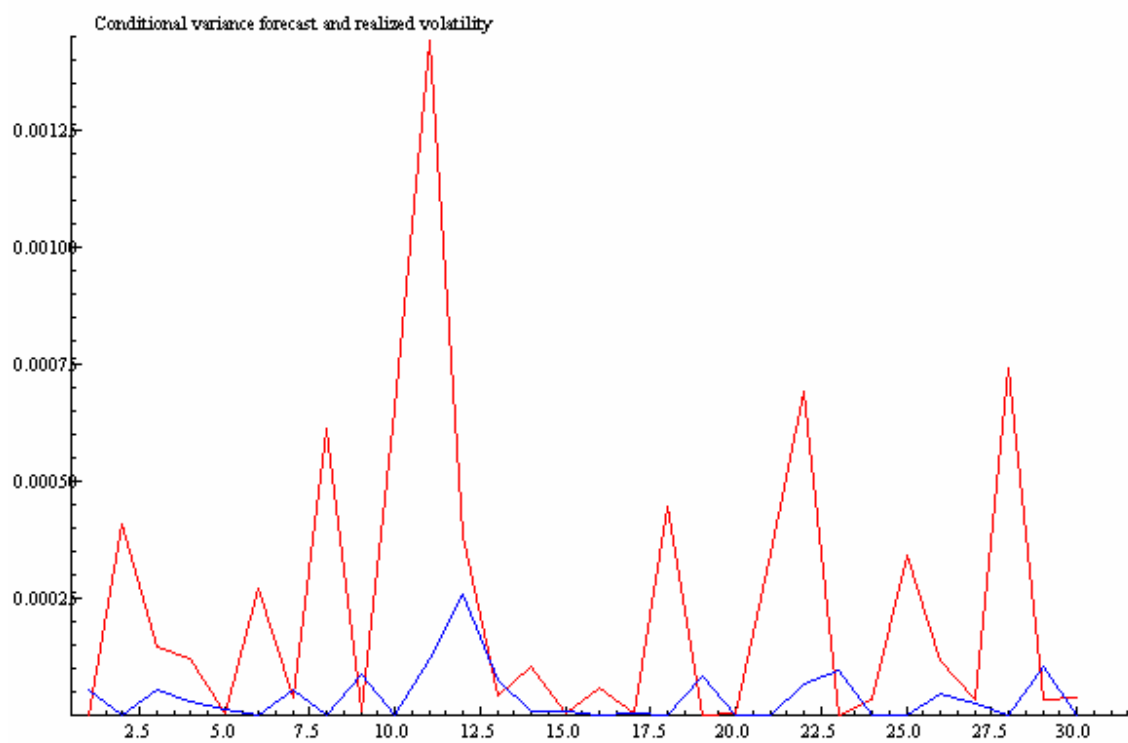


Rysunek 14 Oszacowanie zmienności dla ARMA(1,1)-GARCH(0,1) i ARMA(1,1)-GARCH(1,2)

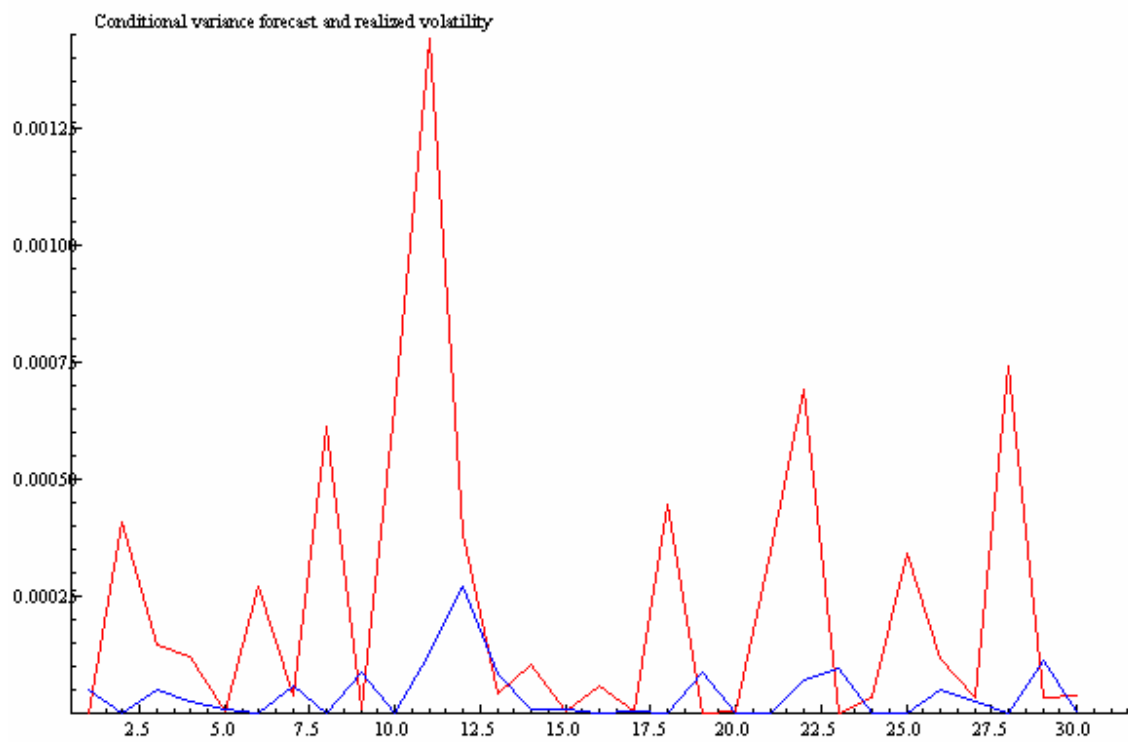
6 Wyznaczone prognozy zmienności

6.1 30 prognoz 1 dzień naprzód

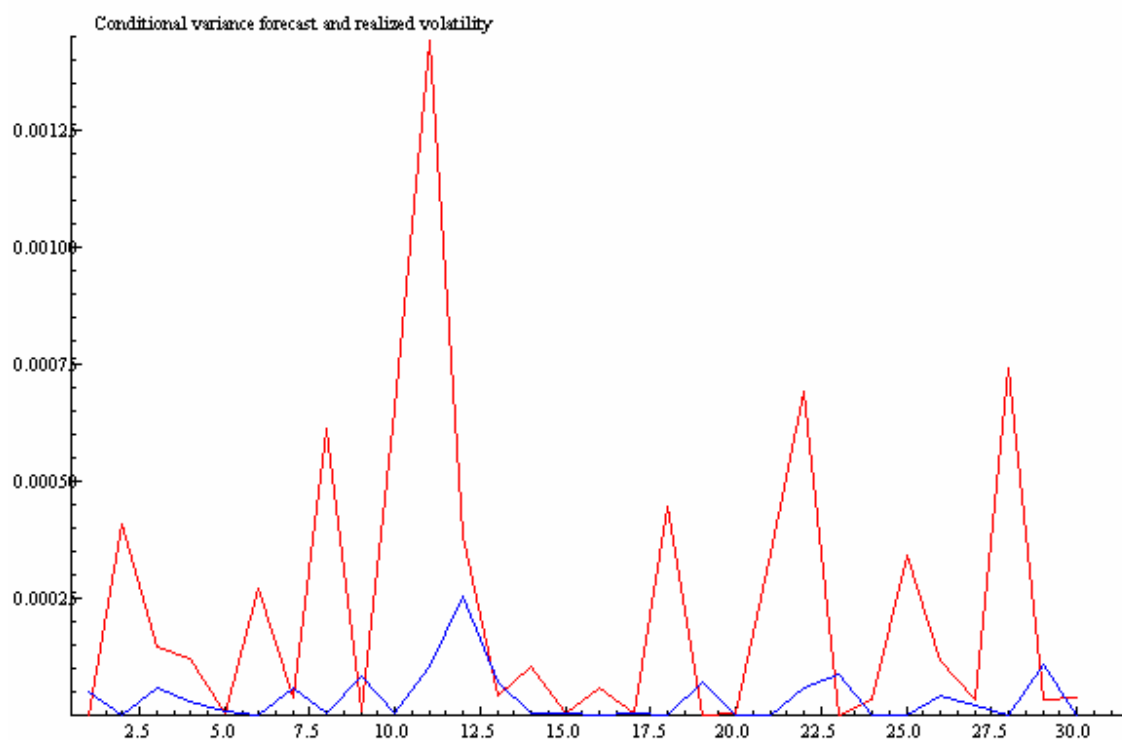
Prognozy zmienności dla trzech wybranych modeli są bardzo podobne:



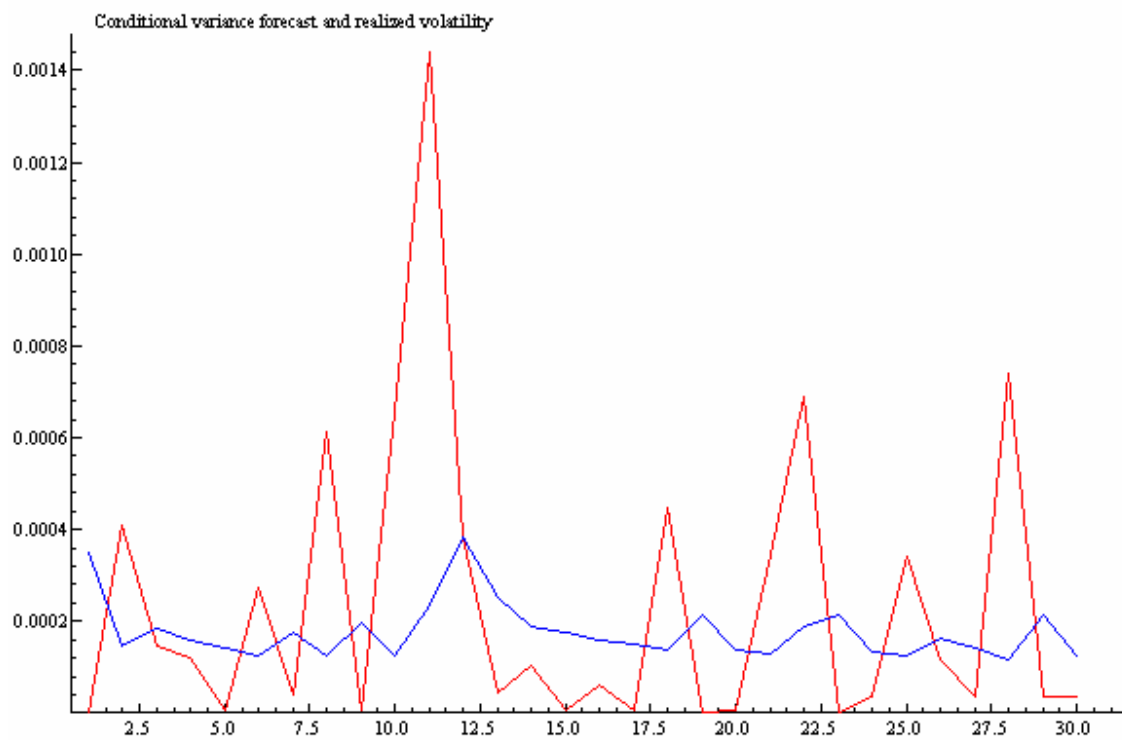
Rysunek 15 Prognozy zmienności na 1 dzień – ARMA-(0,0)GARCH(0,1)



Rysunek 16 Prognozy zmienności na 1 dzień – ARMA-(1,1)GARCH(0,1)

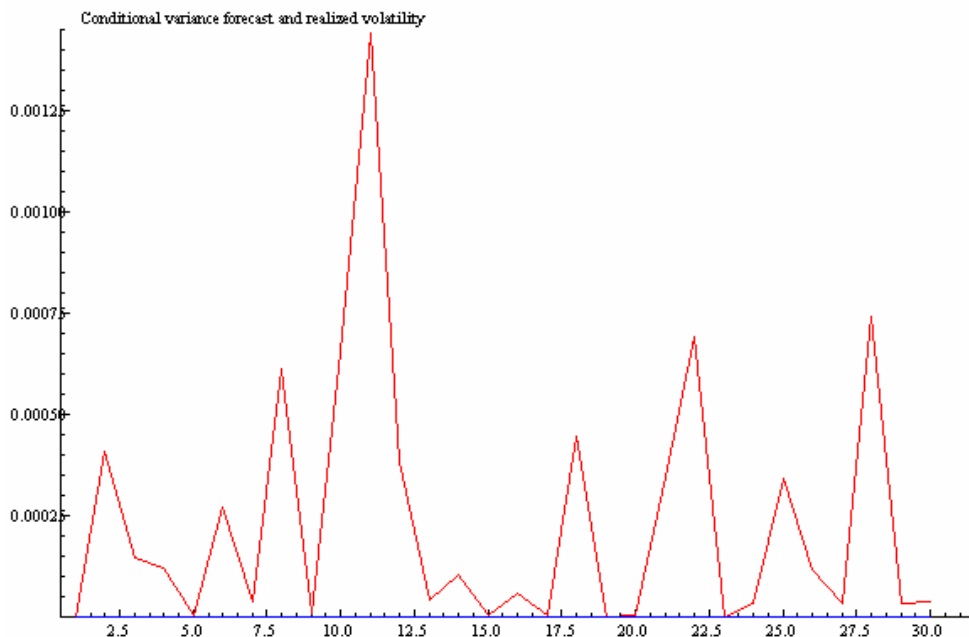


Rysunek 17 Prognozy zmienności na 1 dzień – ARMA-(1,1)GARCH(0,1)



Rysunek 18 Prognozy zmienności na 1 dzień – ARMA-(1,1)GARCH(1,2)

6.2 30 prognoz 5 dni naprzód



Rysunek 19 Prognozy zmienności na 5 dni dla modelu ARMA(1,1)-GARCH(0,1)

6.3 Oszacowane błędy prognozy w odniesieniu do kwadratów stóp zwrotu.

6.3.1 Błędy dla prognoz jednodniowych dla kolejnych modeli:

Najmniejszym błędem przy prognozowaniu zmienności obarczony jest model ARMA(1,1)-GARCH(0,1)

ARMA(0,0)-GARCH(0,1)

Forecast Evaluation Measures

	Mean	Variance
Mean Squared Error(MSE)	0.0002418	1.404e-007
Median Squared Error(MedSE)	7.126e-005	7.472e-009
Mean Error(ME)	0.001778	0.000197
Mean Absolute Error(MAE)	0.01199	0.0002263
Root Mean Squared Error(RMSE)	0.01555	0.0003748
Mean Absolute Percentage Error(MAPE)	.NaN	3.491
Adjusted Mean Absolute Percentage Error(AMAPE)	.NaN	0.7045
Percentage Correct Sign(PCS)	0	.NaN
Theil Inequality Coefficient(TIC)	1	0.7981
Logarithmic Loss Function(LL)	.NaN	2695

ARMA(1,1)-GARCH(0,1)

Forecast Evaluation Measures

	Mean	Variance
Mean Squared Error(MSE)	0.0002455	1.399e-007
Median Squared Error(MedSE)	6.598e-005	8.112e-009
Mean Error(ME)	0.0018	0.000196
Mean Absolute Error(MAE)	0.01198	0.0002264
Root Mean Squared Error(RMSE)	0.01567	0.000374
Mean Absolute Percentage Error(MAPE)	.NaN	3.462
Adjusted Mean Absolute Percentage Error(AMAPE)	.NaN	0.7004
Percentage Correct Sign(PCS)	0.5333	.NaN
Theil Inequality Coefficient(TIC)	0.9653	0.792
Logarithmic Loss Function(LL)	.NaN	12.42

ARMA(2,2)-GARCH(0,1)

Forecast Evaluation Measures

	Mean	Variance
Mean Squared Error(MSE)	0.0002412	1.423e-007
Median Squared Error(MedSE)	4.744e-005	6.537e-009
Mean Error(ME)	0.001797	0.0001991
Mean Absolute Error(MAE)	0.01194	0.0002266
Root Mean Squared Error(RMSE)	0.01553	0.0003773
Mean Absolute Percentage Error(MAPE)	.NaN	3.176
Adjusted Mean Absolute Percentage Error(AMAPE)	.NaN	0.7015
Percentage Correct Sign(PCS)	0.5	.NaN
Theil Inequality Coefficient(TIC)	0.9397	0.8083
Logarithmic Loss Function(LL)	.NaN	12.42

6.3.2 Błędy dla prognoz 5-dniowych dla kolejnych modeli:

Forecast Evaluation Measures

	Mean	Variance
Mean Squared Error(MSE)	0.0002418	1.602e-007
Median Squared Error(MedSE)	7.126e-005	7.2e-009
Mean Error(ME)	0.001778	0.0002386
Mean Absolute Error(MAE)	0.01199	0.0002386
Root Mean Squared Error(RMSE)	0.01555	0.0004003
Mean Absolute Percentage Error(MAPE)	.NaN	0.9968
Adjusted Mean Absolute Percentage Error(AMAPE)	.NaN	0.9938
Percentage Correct Sign(PCS)	0	.NaN
Theil Inequality Coefficient(TIC)	1	0.9998
Logarithmic Loss Function(LL)	.NaN	3988

Forecast Evaluation Measures

	Mean	Variance
Mean Squared Error(MSE)	0.0002413	1.602e-007
Median Squared Error(MedSE)	6.946e-005	7.199e-009
Mean Error(ME)	0.001786	0.0002386
Mean Absolute Error(MAE)	0.01198	0.0002386
Root Mean Squared Error(RMSE)	0.01553	0.0004003
Mean Absolute Percentage Error(MAPE)	.NaN	0.9966
Adjusted Mean Absolute Percentage Error(AMAPE)	.NaN	0.9933
Percentage Correct Sign(PCS)	0.4667	.NaN
Theil Inequality Coefficient(TIC)	0.9913	0.9998
Logarithmic Loss Function(LL)	.NaN	90.49

Forecast Evaluation Measures

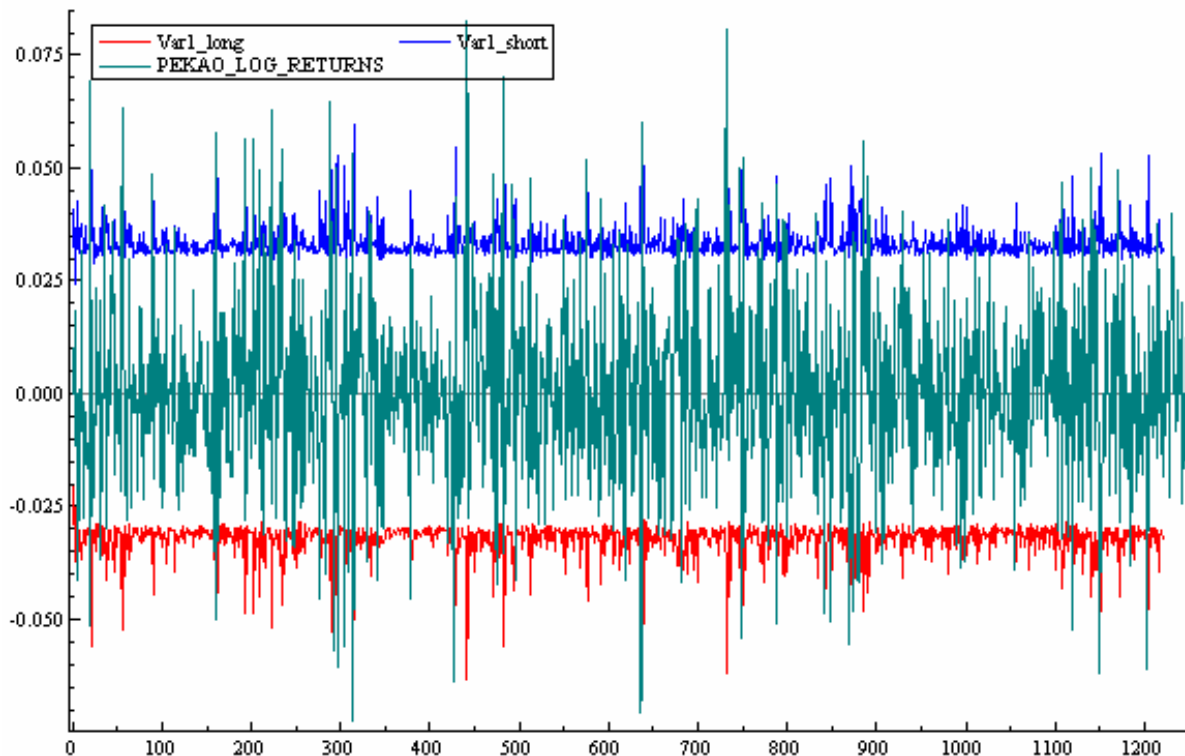
	Mean	Variance
Mean Squared Error(MSE)	0.0002405	1.602e-007
Median Squared Error(MedSE)	7.799e-005	7.201e-009
Mean Error(ME)	0.001762	0.0002386

Mean Absolute Error(MAE)	0.01199	0.0002386
Root Mean Squared Error(RMSE)	0.01551	0.0004003
Mean Absolute Percentage Error(MAPE)	.NaN	0.997
Adjusted Mean Absolute Percentage Error(AMAPE)	.NaN	0.9942
Percentage Correct Sign(PCS)	0.5	.NaN
Theil Inequality Coefficient(TIC)	0.9677	0.9999
Logarithmic Loss Function(LL)	.NaN	109.2

7 Za pomocą każdego z 3 najlepszych modeli

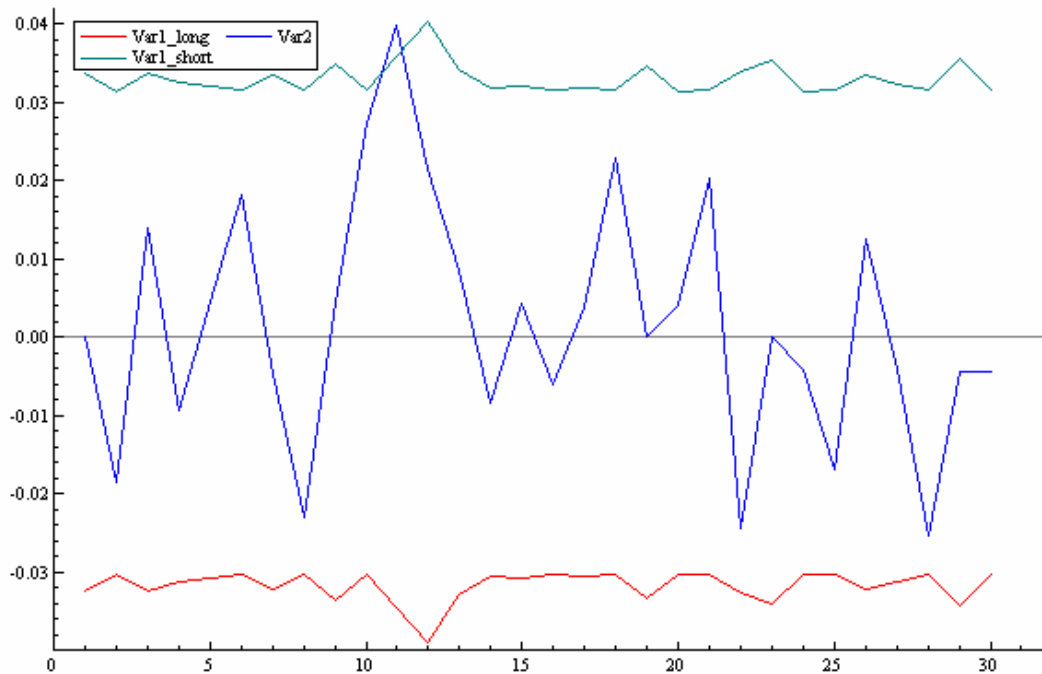
Wartość zagrożoną VaR, czyli stratę wartości rynkowej liczyć będą na poziomie prawdopodobieństwa 5%.

7.1 oszacowania VaR w próbie

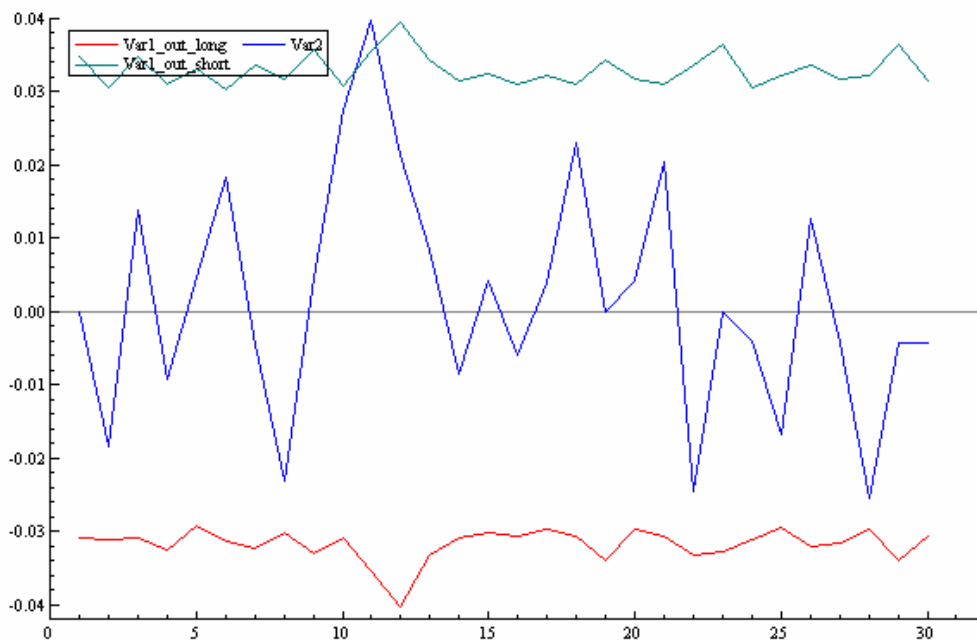


Rysunek 20 Oszacowanie VaR dla ARMA(1,1)-GARCH(0,1)

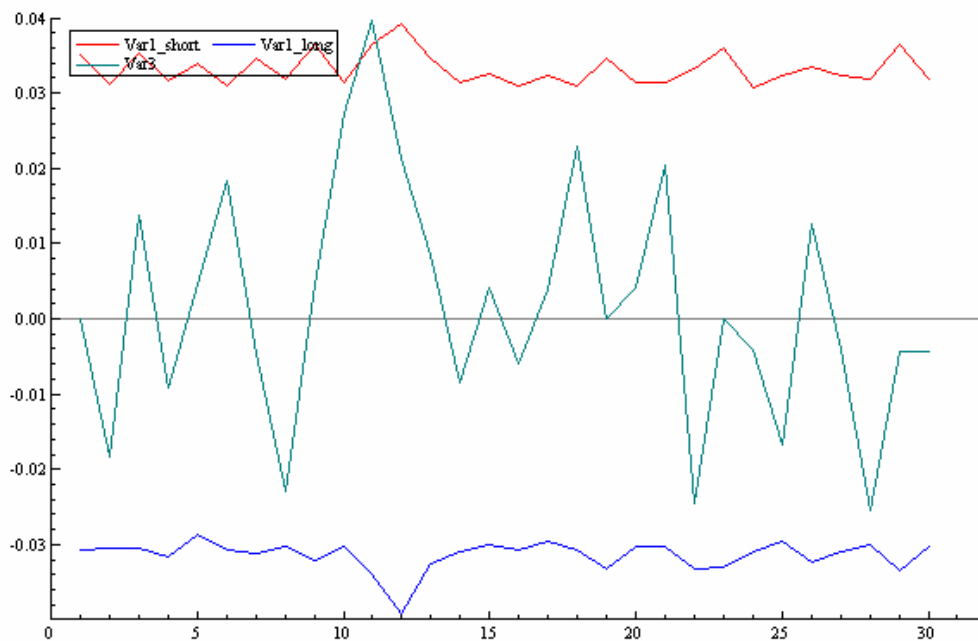
7.2 wyznaczenie prognozy VaR na okres 30 dni.



Rysunek 21 Prognozy VaR a stopy zwrotu dla ARMA(0,0)-GARCH(0,1)



Rysunek 22 Prognozy VaR a stopy zwrotu dla ARMA(1,1)-GARCH(0,1)



Rysunek 23 Prognozy VaR a stopy zwrotu dla ARMA(2,2)-GARCH(0,1)

7.3 Test Kupca

7.3.1 W próbie

Na podstawie testu Kupca możemy stwierdzić, że najlepiej do wyznaczania wartości zagrożonej nadaje się drugi model – ARMA(1,1)-GARCH(0,1). Oszacowana według niego proporcja VaR przekraczających założony poziom jest najbliższej poziomowi 5%. Co więcej, na podstawie tego modelu możemy określić największą stratę, przekraczającą VaR, jaką może ponieść inwestor. I tak:

- dla pozycji krótkiej: **0.045433** **1.3499**
- dla pozycji długiej: **-0.044333** **1.3255**

Kupiec LR test

- Short positions -

Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.95000	0.94180	1.6430	0.19992	0.045433	1.3499

- Long positions -

Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.050000	0.041803	1.8231	0.17694	-0.044333	1.3255

7.3.2 Dla prognoz

Z testu Kupca i obserwacji Rynków 20-22 wynika, że prognozy VaR są niedopuszczalnie przeszacowane dla pozycji długiej.

Kupiec LR test

- Short positions -

Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.95000	0.96667	0.19779	0.65651	0.039740	1.1089

- Long positions -

Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.050000	0.00000	.NaN	1.0000	.NaN	.NaN

Kupiec LR test

- Short positions -

Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.95000	0.96667	0.19779	0.65651	0.039740	1.1202

- Long positions -

Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.050000	0.00000	.NaN	1.0000	.NaN	.NaN

Kupiec LR test

- Short positions -

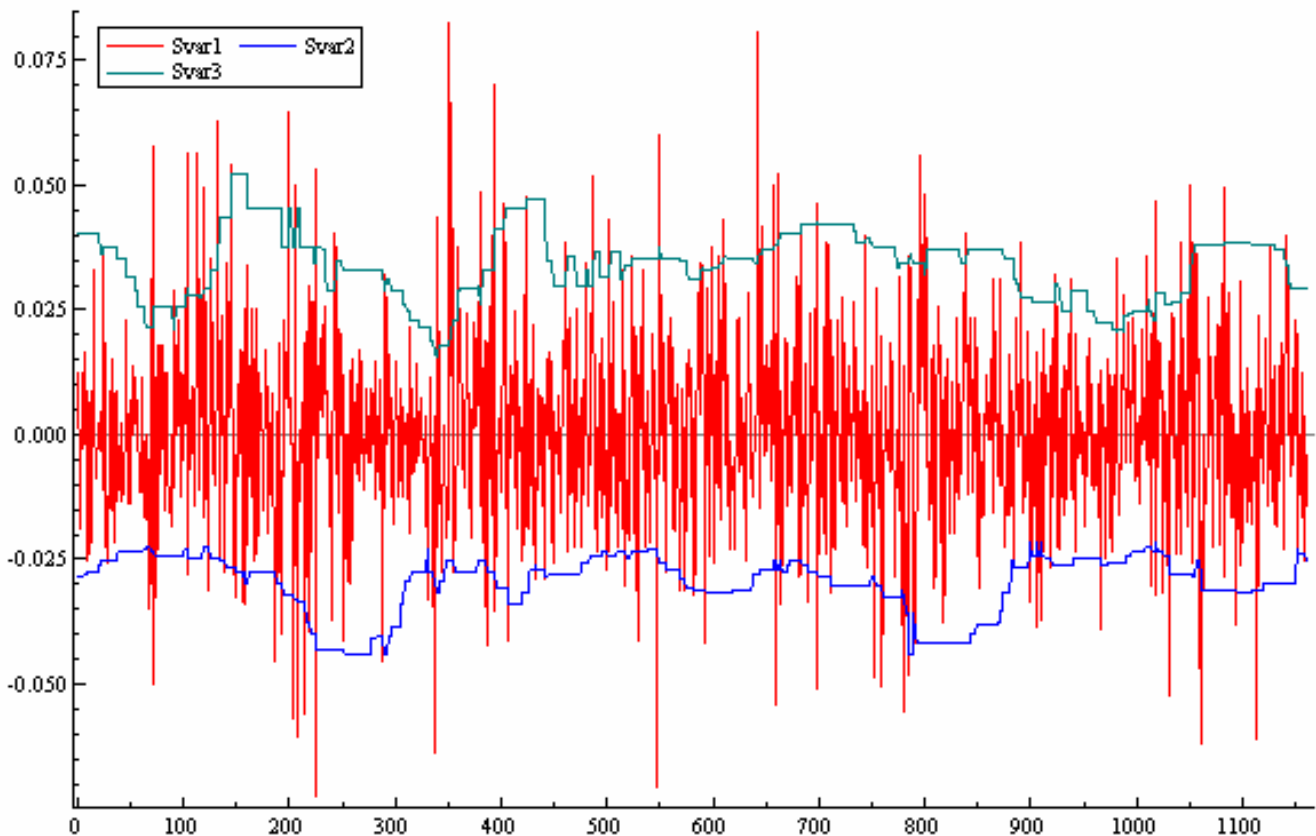
Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.95000	0.96667	0.19779	0.65651	0.039740	1.0917

- Long positions -

Quantile	Failure rate	Kupiec LRT	P-value	ESF1	ESF2
0.050000	0.00000	.NaN	1.0000	.NaN	.NaN

8 Oszacowanie VaR metodą symulacji historycznej i porównanie

Szacowanie VaR metodą nieparametryczną, historyczną można łatwo przeprowadzić w Excelu, używając funkcji PERCENTYL. W tym wypadku wykorzystano okno o długości 90 i poziom 5%. Wskaźnik przekroczeń jest większy od założonego i wynosi: 0,059432 dla pozycji długiej i 0,057709 dla krótkiej. Przekroczenia te są, w odróżnieniu do przekroczeń dla modeli ARMA-GARCH, rozłożone symetrycznie, ale w porównaniu z metodą parametryczną, mogą narazić inwestora na większe ryzyko. Na Rysunku 24 widać także wadę symulacji historycznej – zgrupowania zmienności zwyżają lub zaniżają oszacowania VaR tak długo, jak znajdują się w przesuwanym oknie.



Rysunek 24 VaR 5% otrzymany metodą symulacji historycznej